Señales y Sistemas
Práctico N^0 6 (2024): Transformada de Laplace

Problema N^o 1. Utilizando la definición, encuentre la transformada de Laplace de las siguientes señales, indique el diagrama de polos y ceros y la ROC correspondiente, realice un esquema de la ROC.

a) $x(t) = e^{at}$ para $0 \leq t \leq T$, $x(t) = 0$ para cualquier otro t.

b) $x(t) = sen(3t)\, u(t)$

c) $x(t) = e^{-at}u(t) - e^{at}u(-t)$

Problema N^o 2. Usando las propiedades y tabla de la transformada de Laplace, encuentre la transformada de Laplace de las siguientes señales, indique el diagrama de polos y ceros y la ROC correspondiente, realice un esquema de esta última.

a) $\delta(t-3)$

b) $tu(t)$

c) $\dfrac{t^2}{2}e^{-5t}u(t)$.

d) $x(t) = \text{sen}(2t+4)\, u(t)$

e) $x(t) = e^{(3+2j)t}cos(4t)u(t)$

Problema N^o 3. Considere la transformada de Laplace de la señal $x(t)$

$$X(s) = \frac{2s+4}{s^2+4s+3}$$

Utilizando Matlab, encuentre polos, ceros, la expansión en fracciones parciales y el diagrama de polos y ceros. Encuentre la transformada inversa de Laplace de para una ROC definida por: a) $Re\{s\} > -1$, b) $Re\{s\} < -3$, c) $-3 < Re\{s\} < -1$.

Problema N^o 4. ¿Cuántas señales tienen una transformada de Laplace que se puede expresar como

$$X(s) = \frac{s-1}{s^4+6s^3+12s^2+11s+6}?$$

¿Cuáles son estas señales?

Problema N^o 5. Con la ayuda de Matlab, realice el diagrama de polos-ceros, exprese la transformada en su formato polo-cero-ganancia y encuentre la transformada inversa de Laplace de las siguientes transformadas racionales.

a)

$$X(s) = \frac{5s+13}{s^3+4s^2+13s} \qquad ROC:\ Re\{s\} < -2$$

b)

$$X(s) = \frac{s^2 + 2s + 5}{s^3 + 8s^2 + 15s} \qquad ROC: \ -5 < Re\{s\} < -3$$

c)

$$X(s) = \frac{s^3 + 6s^2 + 11s + 6}{s^2 - 16} \qquad ROC: \ -4 < Re\{s\} < 4$$

Problema N^o 6. Considere un sistema para el cual la relación entre la salida y la entrada está dada por la ecuación diferencial

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + \frac{dy(t)}{dt} - 2y(t) = x(t)$$

a) Encuentre la función de transferencia del sistema. b) Determine la función respuesta al impulso $h(t)$ en cada uno de los siguientes casos: i) el sistema es causal, ii) el sistema es estable, iii) el sistema no es causal ni estable. c) Utilizando la función $impulse(Hsys)$ de Matlab, realice una gráfica de la respuesta al impulso. Compare lo obtenido con la respuesta dada en b).

Problema N^o 7. Considere el sistema que posee polos complejos conjugados en $s = -5 \pm j3$, un polo en $s = 2$ y un cero en $s = 0$. Encuentre la función de transferencia del sistema y para cada uno de los siguientes enunciados acerca del sistema determine la restricción de la ROC correspondiente: a) $h(t) = 0$ para $t > 1$, b) $h(t) = 0$ para $t < 1$, c) el sistema es estable. Realice un esquema (en el caso que corresponda) del comportamiento de la Respuesta en Frecuencia del sistema. Verifique el esquema propuesto utilizando Matlab para realizar una gráfica de la función respuesta en frecuencia.

Problema N^o 8. Considere un sistema para el cual la función de transferencia posee el diagrama de polos y ceros mostrado en la figura 1. a) Indique todas las ROC posibles asociadas a este diagrama. b) Determine la Función de Transferencia del sistema c) Para cada una de las ROC identificadas especifique si el sistema asociado es estable y/o causal.

Problema N^o 9. Obtenga la función de transferencia y la función respuesta en frecuencia de un filtro no ideal que cumple con: a) ser causal y estable, b) amplifica las componentes de frecuencia centradas en bandas en torno a $\omega = \pm 5$ r/s, siendo que duplica la amplitud de las componentes a dichas frecuencias, c) elimina la componente de continua.

Problema N^o 10. Encuentre la función de transferencia de los sistemas que se muestran en la figura 2. Determine que sistemas son estables.

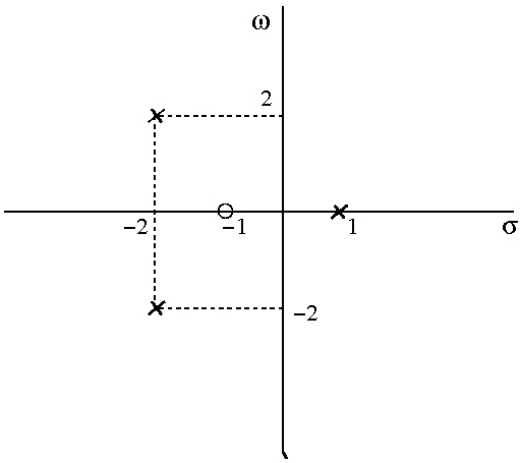

Figura 1

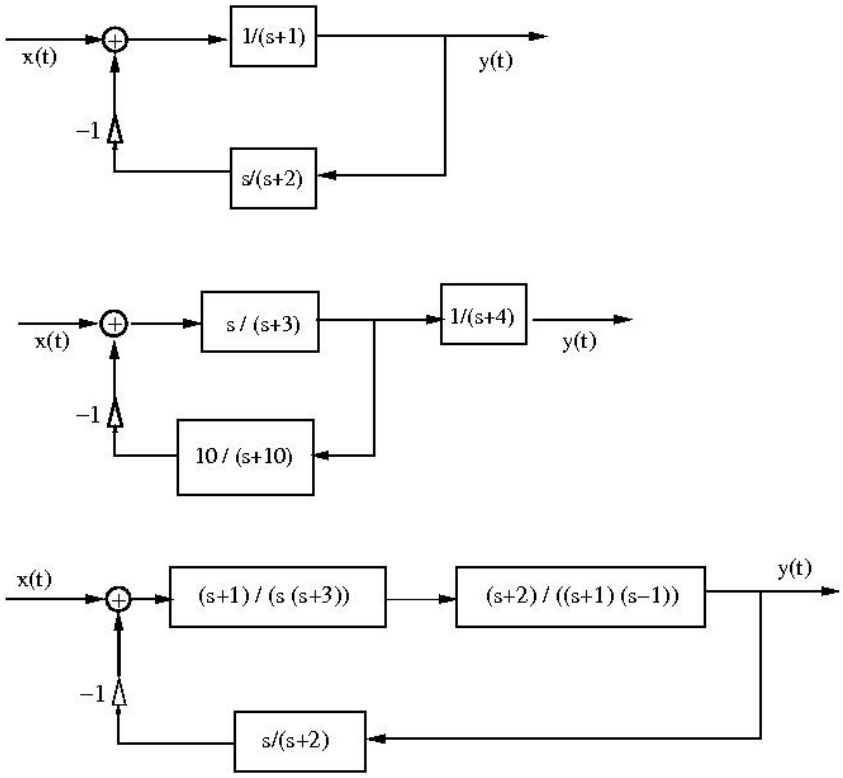

Figura 2

Problemas optativos. Su evaluación se realizará en el examen final

Problema N^o 1. Uno de los problemas más importantes de la teoría de sistemas es la identificación. Observando la salida de un sistema en respuesta a una entrada conocida se puede obtener la respuesta al impulso del sistema. Encontrar la función de transferencia, la respuesta al impulso y la ecuación diferencial que caracteriza al sistema en los siguientes casos:

a) $x(t) = e^{-3t}u(t) \rightarrow y(t) = [e^{-t} - e^{-2t}]u(t)$

b) $x(t) = 2u(t) \rightarrow y(t) = [e^{-t} - e^{-2t}]u(t)$

c) $x(t) = 2u(t) \rightarrow y(t) = e^{-2t}cos(4t + 135^o)u(t)$

Problema N^o 2. Resuelva utilizando la teoría de transformada de Laplace las siguientes ecuaciones diferenciales con las condiciones iniciales indicadas:

a) $y'(t) + ay(t) = x(t)$ con $y(0) = y_o$ y $x(t) = Ke^{-bt}u(t)$.

b) $y''(t) + 5y'(t) + 6y(t) = x(t)$ con $y(0) = 2$, $y'(0) = 1$ y $x(t) = e^{-t}u(t)$

c) $y'''(t) + 3y''(t) + 2y'(t) - 6y(t) = e^{-2t}u(t)$ con $y(0) = y'(0) = y''(0) = 0$.