

Práctico N° 3 - Parte B (2024): Transformada de Fourier

Problema N° 1. Obtenga la transformada de Fourier de las siguientes señales, aplicando la ecuación de análisis. Represente de manera esquemática el espectro de la transformada (amplitud y fase).

- a) $x(t) = e^{-2(t-1)}u(t-1)$ b) $x(t) = e^{-2|t-1|}$
c) $x(t) = \delta(t+1) + \delta(t-1)$ d) $x(t) = 2(u(t+2) - u(t-2))$

a)

Problema N° 2. Use la Transformada de Fourier Inversa (ecuación de síntesis) para hallar las señales que se corresponden con las siguientes transformadas:

- a) $X(j\omega) = 2\pi\delta(\omega) + \pi\delta(\omega - 4\pi) + \pi\delta(\omega + 4\pi)$
b)

$$X(j\omega) = \begin{cases} 2, & 0 \leq \omega \leq 2 \\ -2, & -2 \leq \omega < 0 \\ 0, & |\omega| > 2 \end{cases}$$

a)

Problema N° 3. a) Utilizando la ecuación de análisis, obtenga la transformada de Fourier del pulso $p(t) = 1$ para $|t| < T_1$ ($p(t) = 0$ para $|t| > T_1$). b) Utilizando la ecuación de síntesis, obtenga la señal que se corresponde con un pulso en frecuencias $P(j\omega) = 1$ para $|\omega| < W$ ($P(j\omega) = 0$ para $|\omega| > W$). c) Utilizando Matlab/Octave escriba un código que realice las gráficas conjuntas (subplot()) de ambos pares de transformadas.

Problema N° 4. Obtenga la transformada de Fourier de las siguientes señales (**utilice propiedades y tabla**). Represente el espectro de la transformada.

- a) $x(t) = 1$ b) $x(t) = e^{j\omega_0(t-2)}$
c) $x(t) = \cos(\omega_0 t)$ d) $x(t) = \sin(\omega_0(5-t))$
e) $x(t) = \frac{d}{dt}\{u(t+2) + u(t-2)\}$
f) $x(t) = 1 + \cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{8}\right)$

Problema N° 5. Dado que $x(t)$ tiene transformada de Fourier $X(j\omega)$, utilizando las propiedades de la Transformada de Fourier encuentre las transformadas de las siguientes señales en función a) de $X(j\omega)$.

- a) $x_1(t) = x(1-t) + x(-1-t)$
b) $x_2(t) = x(3t-6)$
c) $x_3(t) = \frac{d^2}{dt^2}x(t-1)$

Problema N° 6. Considere las siguientes señales. Utilizando las tabla de propiedades de la Transformada de Fourier determine qué características de las señales se pueden inferir a partir de sus transformadas.

a) $X(j\omega) = (u(\omega + 2) - u(\omega - 2)) e^{-2j\omega}$

b) $|X(j\omega)| = |\text{sen}(2\omega)/\omega|$ y $\angle X(j\omega) = 2\omega + \pi/2$

c) $X(j\omega) = \frac{1}{3 + j\omega}$

d) $X(j\omega) = \text{sinc}\left(\frac{\omega 5}{\pi}\right)$

a)

Problema N° 7. Determine la transformada de Fourier de la señal

$$x(t) = \frac{\text{sen}(a(t-2))}{\pi(t-2)}.$$

Represente el espectro de la señal.

Problema N° 8. Utilizando la propiedad de integración y el resultado de la transformada de un pulso cuadrado, determine la transformada de la señal

$$x(t) = \begin{cases} 0, & t < -1/2 \\ t + 1/2, & -1/2 \leq t \leq 1/2 \\ 1, & t > 1/2 \end{cases}$$

Problema N° 9. Encuentre la transformada de Fourier de un tren de impulsos de periodo $T_0 = 4$.

Problema N° 10. Utilizando la propiedad de convolución encuentre la señal cuya transformada de Fourier es $X(j\omega) = 1/(a + j\omega)^2$.

Problema N° 11. El **a)**llamado *Teorema de Modulación* se deriva a partir de la propiedad de multiplicación de la Transformada de Fourier y es representado por el siguiente par de transformadas de Fourier

$$x(t)\cos(\omega_0 t) = \mathcal{F}^{-1}\left\{\frac{1}{2}(X(j\omega - j\omega_0) + X(j\omega + j\omega_0))\right\},$$

$$x(t)\text{sen}(\omega_0 t) = \mathcal{F}^{-1}\left\{-\frac{j}{2}(X(j\omega - j\omega_0) - X(j\omega + j\omega_0))\right\},$$

donde $X(j\omega)$ es la transformada de la señal $x(t)$. Utilizando la propiedad de multiplicación, muestre la validez y explique el significado de estas dos expresiones.

Problema N° 12. Considere la transformada de Fourier dada por

$$\mathbf{a)} X(j\omega) = \frac{1}{2} p_a(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} p_a(\omega + \omega_0)$$

donde $p_a(u)$ es un pulso cuadrado de amplitud 1 y de ancho $2a$. Halle $x(t)$ y represente la señal para valores de a y ω_0 arbitrarios.

Problema N° 13. a) Considere una señal $x(t)$ cuya transformada de Fourier es $X(j\omega)$ y una señal periódica $p(t)$ de periodo T y representación en serie de Fourier

$$p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{jk\omega_0 t}$$

Determine la expresión de la transformada de Fourier de la señal $y(t) = x(t)p(t)$.

b) Suponga que $X(j\omega)$ es como se representa en la figura 1-a. Dibuje el espectro de $y(t)$ para cada una de las siguientes señales $p(t)$

a) $p(t) = \cos(\pi t)$.

b) $p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - k3)$

Problema N° 14. Considere un sistema LTI con respuesta al impulso

$$h(t) = \frac{\text{sen}(4(t-1))}{\pi(t-1)}$$

Halle y represente su respuesta en frecuencia. Utilizando métodos en el dominio de la frecuencia, determine la salida del sistema a las siguientes entradas: a) $x_1(t) = \cos(6t + \pi/2)$, b) $x_2(t) = \text{sen}(4t + 1)/(\pi(4t + 1))$.

Problema N° 15. Describa la acción y encuentre la relación entrada-salida y respuesta en frecuencia del sistema LTI cuya respuesta al impulso que se muestra en la figura 2. Para realizar la descripción considere la descripción del sistema ambos dominios: el dominio del tiempo y el dominio de la frecuencia.

Problema N° 16. La relación entrada-salida de un sistema LTI causal está dada por la ecuación diferencial

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 6 \frac{dy(t)}{dt} + 8y(t) = 2x(t)$$

a) Encuentre la respuesta en frecuencias del sistema.

b) Encuentre la respuesta al impulso.

c) ¿Cuál es la respuesta del sistema a la señal $x(t) = e^{-3t}u(t)$?

Problema N° 17. Utilizando métodos en el dominio de la frecuencia, determine la respuesta al impulso del sistema LTI formado por un circuito RLC serie en que la entrada es la tensión en la fuente y la salida es la tensión en el capacitor.

Problema N° 18. Un sistema LTI causal y estable tiene respuesta en frecuencia

$$H(j\omega) = \frac{j\omega + 4}{6 - j\omega^2 + 5j\omega}$$

a) Encuentre la relación entrada-salida. b) Determine la respuesta al impulso.

Problema N° 19. Considere un sistema LTI causal con respuesta en frecuencia

$$H(j\omega) = \frac{1}{j\omega + 3}$$

Para una entrada particular $x(t)$, se observa que el sistema produce la salida

$$y(t) = e^{-3t}u(t) - e^{-4t}u(t)$$

Determine $x(t)$.

Problema N° 20. Considere el sistema LTI cuya respuesta en frecuencia está dada por

$$H(j\omega) = p(j(\omega - 10)) + p(j(\omega + 10))$$

donde $p(j\omega)$ es el pulso cuadrado

$$p(j\omega) = \begin{cases} 1 & \text{si } |\omega| < 2 \\ 0 & \text{si } |\omega| \geq 2 \end{cases}$$

a) Determine la respuesta al impulso del sistema. b) Determine la respuesta del sistema a la señal

$$x(t) = \frac{\text{sen}(6t)}{\pi t} e^{j4t}$$

Problema N° 21. Utilizando métodos en el dominio de la frecuencia, determine la respuesta al impulso de la conexión serie de los sistemas cuyas respuestas al impulso son:

$$h_1(t) = e^{-2jt} \frac{\text{sen}(5t)}{\pi t} \quad h_2(t) = e^{3jt} \frac{\text{sen}(4t)}{\pi t}$$

Indique cuál es la salida $y(t)$ del sistema a la señal $x(t) = 2 \text{sen}(3t + \pi)$.

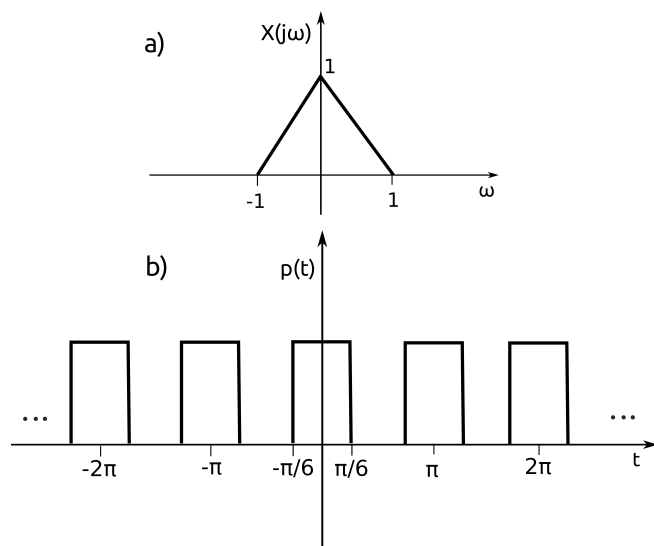


Figura 1

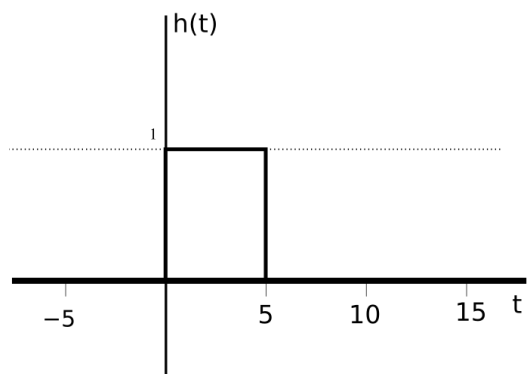


Figura 2