

FISICA I

Licenciatura y Profesorado en Química y Licenciatura en Biotecnología**TEMA 9: Cinemática rotacional. Energía en movimiento rotacional. Momento de inercia I.****Resultados de los ejercicios**

- Los ejercicios teóricos los resuelven como tema de estudio.

- Velocidad y aceleración angulares.

9.1) a) El ángulo en radianes es $\theta = 0.6 \text{ rad}$ y en grados $\theta = 34.38^\circ$. b) El ángulo es de 2.23 rad . El radio de la circunferencia a la que pertenece el arco es $R = 6.27 \text{ cm}$. c) El ángulo es de 40.11° . La longitud del arco entre los dos radios es $s = 1.05 \text{ m}$.

9.2) En los respectivos tres intervalos de tiempo considerados, tenemos para las velocidades angulares: $\omega_1 = 14 \text{ rev/s} = 87.96 \text{ rad/s}$, $\omega_2 = 4 \text{ rev/s} = 25.13 \text{ rad/s}$ y $\omega_3 = 9 \text{ rev/s} = 56.55 \text{ rad/s}$ y para las aceleraciones angulares: $\alpha_1 = 12 \text{ rad/s}^2$, $\alpha_2 = -4 \text{ rad/s}^2$ y $\alpha_3 = 4 \text{ rad/s}^2$.

9.3) a) Las unidades de las constantes son: $[a] = \text{rad/s}$ y $[b] = \text{rad/s}^3$. La constante a representa la velocidad angular ω_0 en $t = 0$. b) La expresión para la aceleración angular es $\alpha = 2bt = (1 \text{ rad/s}^3)t$. c) La expresión para el ángulo girado es $\Phi = \Phi_0 + at + bt^3/3 = \Phi_0 - (2 \text{ rad/s})t + (0.167 \text{ rad/s}^3)t^3$. d) Entre $t = 0 \text{ s}$ y $t = 2 \text{ s}$ la velocidad angular es negativa y por lo tanto gira en sentido horario. Los 5 s restantes gira en sentido positivo (antihorario). El valor del desplazamiento angular es $\Delta\Phi = 43.17 \text{ rad} = 6.9 \text{ rev}$. Sin embargo como en los primeros 2 s efectúa un $\Delta\Phi = -2.67 \text{ rad}$ el ángulo total girado es $\Delta\Phi_{\text{total}} = 45.84 \text{ rad} = 7.3 \text{ rev}$. (Repase los conceptos de desplazamiento Δx y distancia recorrida d en movimiento de traslación).

- Rotaciones con aceleración angular α constante.

9.4) a) La aceleración angular es $\alpha = 8142.86 \text{ rev/min}^2$. b) El desplazamiento angular es $\Delta\Phi = 425.25 \text{ rev}$. c) Se aplicó una aceleración angular $\alpha = -4476.19 \text{ rev/min}^2$. d) Efectúa 814.8 rev en ese intervalo de tiempo.

9.5) a) Al comienzo del intervalo, la velocidad inicial es $\omega_i = 2 \text{ rev/s}$. b) Tomando como $t = 0 \text{ s}$ cuando la rueda estaba detenida, transcurrió un tiempo $t = 3.75 \text{ s}$. c) El desplazamiento angular es $\Delta\Phi = 93.75 \text{ rev}$. d) Para que se detenga en las próximas 45 rev debe aplicarse una aceleración $\alpha_2 = -1.11 \text{ rev/s}^2$.

9.6) a) En el intervalo de tiempo considerado, giró $\Delta\Phi = 259.7 \text{ rad}$. b) Tardó en detenerse desde que se abrió el interruptor un tiempo de 10.29 s . c) Se frenó con una aceleración constante $\alpha = -8.17 \text{ rad/s}^2$. d) El desplazamiento angular es $\Delta\Phi = 540 \text{ rad} = 85.94 \text{ rev}$.

- Relaciones entre las variables angulares y lineales.

9.7) a) Los módulos de las aceleraciones son en $t = 0 \text{ s}$: $a_t = 0.18 \text{ m/s}^2$, $a_r = 0 \text{ m/s}^2$ y $a_{\text{resultante}} = 0.18 \text{ m/s}^2$. b) Cuando giró 60° los módulos de las aceleraciones son: $a_t = 0.18 \text{ m/s}^2$, $a_r = 0.38 \text{ m/s}^2$ y $a_{\text{resultante}} = 0.42 \text{ m/s}^2$. c) Cuando su velocidad angular instantánea es de 1.59 rad/s , los módulos de las aceleraciones son $a_t = 0.18 \text{ m/s}^2$, $a_r = 0.76 \text{ m/s}^2$ y $a_{\text{resultante}} = 0.78 \text{ m/s}^2$. d) La aceleración radial es igual a g al tiempo 9.53 s .

9.8) a) El diámetro del cilindro es $D = 28.6 \text{ cm}$. b) El cilindro debe tener un módulo de aceleración angular $\alpha = 0.35 \text{ rad/s}^2$. c) Gira $\Delta\Phi = 13.3 \text{ rev}$ y tarda un tiempo de 21.91 s .

9.9) a) La rueda C tarda desde $t = 0 \text{ s}$, un tiempo $t = 16.4 \text{ s}$ para alcanzar la velocidad angular de $100 \text{ rev/min} = 10.47 \text{ rad/s}$. b) Las aceleraciones tangenciales son iguales y de valor 0.16 m/s^2 y las radiales son: $a_{rA} = 68.54 \text{ m/s}^2$ y $a_{rC} = 27.42 \text{ m/s}^2$. c) Es evidente que el mayor número de revoluciones las efectúa la rueda de menor radio. Para la rueda A, $\Delta\Phi_A = 34.1 \text{ rev}$ y para la rueda C, $\Delta\Phi_C = 13.6 \text{ rev}$. d) Si los arcos que abarcan cada diente en el plato y piñón son iguales, entonces $N_{\text{plato}} / N_{\text{piñón}} = R_{\text{plato}} / R_{\text{piñón}} = \omega_{\text{piñón}} / \omega_{\text{plato}}$. Por lo tanto, $N_{\text{piñón}} \approx 14 \text{ dientes}$.

9.10) a) El tiempo necesario para realizar cada intervalo de 400 rad es de 20 s . Por lo tanto el tiempo mínimo es de 40 s . b) La aceleración tangencial es de 0.5 m/s^2 . c) La velocidad angular máxima es de 40 rad/s^2 .

- Inercia rotacional: momento de inercia. Teorema de los ejes paralelos.

9.11) a) El momento de inercia respecto al eje que pasa por el C.M. y es perpendicular a la cara mayor, es igual a $I_{CM} = 0.0057 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$. b) La expresión para el momento de inercia rotacional respecto a un eje que pasa por el vértice es $I_{\text{vértice}} = M(a^2 + l^2)/3$. c) El valor del momento de inercia rotacional respecto a un eje paralelo al eje

que pasa por el centro de masa y además pasa por un vértice, es $I_{\text{vértice}} = 0.023 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$. d) El momento de inercia respecto a un eje perpendicular a la cara de costado es $I_{\text{costado}} = 0.0051 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$.

9.12) a) Usando las expresiones de I de la tabla del final de la guía, se obtiene para el momento de inercia de la rueda de carreta $I = 0.148 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$. b) Usando teorema de ejes paralelos, la masa M_{total} que debe tener el aro es de 0.89 kg .

9.13) a) Para la varilla 1 el momento de inercia respecto de O es $I_1 = ML^2/3$. b) Para la varilla 2 el momento de inercia respecto de O es $I_2 = 7ML^2/3$. c) La expresión para la inercia rotacional respecto de O de la combinación varillas + masas puntuales es $I_O = (5m + 8M/3)L^2 = 0.07125 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$. d) El centro de masa, se ubica a 0.314 m respecto de O y usando el teorema, $I_{C.M.} = 0.0171 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$.

- Energía en el movimiento rotacional.

9.14) a) La velocidad angular máxima es $\omega_{\text{max}} = 125.83 \text{ rad/s}$ y la velocidad tangencial máxima tiene módulo $v_{T\text{máx}} = 75.5 \text{ m/s}$. b) El momento de inercia del volante respecto a un eje que pasa por el centro es $I = 18 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$. c) La masa del volante es $M = 100 \text{ kg}$.

9.15) a) La masa pequeña llega al suelo con velocidad $|\mathbf{v}| = 0.94 \text{ m/s}$. b) La energía rotacional total es la energía cinética rotacional del cascarón más la energía cinética rotacional de la polea y es $K_{\text{rot}} = 0.321 \text{ J}$. c) Si hay un mínimo roce con sus ejes de los objetos que rotan, la velocidad es $|\mathbf{v}| = 0.92 \text{ m/s}$ y $K_{\text{rot}} = 0.307 \text{ J}$.

9.16) a) No se conserva porque hay un trabajo realizado por la fuerza no conservativa f_K . b) Como las fuerzas que hacen trabajo neto son P_B , las tensiones sobre los cuerpos A y B , las tensiones sobre la polea y la fricción sobre A , $W_{PB} + W_{fr} + W_{\text{tensiones}} + W_{\text{polea}} = \Delta K_{\text{trasl}} + \Delta K_{\text{rot}}$. c) La velocidad de las masas cuando el cuerpo B toca el suelo es $v = 1.81 \text{ m/s}$.

9.17) a) Dividimos la masa total M en N pequeñas masas m_i que se encuentran a distintas alturas y_i . Cada masa pequeña, tiene una energía potencial gravitacional $U_i = m_i g y_i$ y la energía potencial total es su suma: $U = \sum_1^N m_i g y_i$. Si factorizamos g nos queda $U = g \sum_1^N m_i y_i = g[M y_{CM}]$ por definición de centro de masa. Así, en un cuerpo extenso, la energía potencial gravitacional la determina la altura del centro de masa. b) El centro de masa, se ubica a la mitad de la varilla y por lo tanto $U = MgL/2$. c) La velocidad del extremo superior cuando choca contra el piso es $v_{\text{extremo}} = 5.42 \text{ m/s}$.

- Tarea Práctica Individual de Repaso.

9.1*) a) En los 3 s la velocidad angular media es $\omega_{\text{media}} = 6 \text{ rad/s}$. b) La aceleración angular media aplicada por la persona es $\alpha_{\text{media}} = 2.67 \text{ rad/s}^2$. c) La puerta se movió a 57.3 rpm .

9.2*) a) El tiempo que tarda en detenerse es $t = 369.14 \text{ s}$. b) Para completar la primera mitad de las 42.3 rev el tiempo necesario es $t = 108.12 \text{ s}$. c) La velocidad angular media es $\omega_{\text{media}} = 0.081 \text{ rev/s} = 0.51 \text{ rad/s}$.

9.3*) a) La velocidad angular es $\omega_f = 2.05 \text{ rev/s} = 12.88 \text{ rad/s}$. b) Giró en ese tiempo un desplazamiento angular de $\Delta\Phi = 2.3 \text{ rev} = 14.45 \text{ rad} = 828^\circ$. c) La velocidad tangencial de un punto del borde del aspa tiene módulo $v_{\text{tangencial}} = 4.83 \text{ m/s}$. d) El módulo de la aceleración resultante es $a_{\text{resultante}} = 62.21 \text{ m/s}^2$ con $a_t = 2.12 \text{ m/s}^2$ y $a_r = 62.21 \text{ m/s}^2$. e) El ángulo entre $a_{\text{resultante}}$ y a_r es de 1.95° .

9.4*) a) El momento de inercia es $I_O = 6.4 \times 10^{-2} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$, b) el momento de inercia es $I_{AB} = 3.2 \times 10^{-2} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$, c) el momento de inercia es $I = 3.2 \times 10^{-2} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ y d) el momento de inercia es $I = 6.4 \times 10^{-2} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$.

9.5*) a) La piedra debe bajar $h = 0.67 \text{ m}$. b) La polea tiene el 45.5 % del total de energía cinética. c) El momento de inercia debería ser $I = 0.06 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$.

9.6*) a) El cambio de energía potencial es $\Delta U = -0.312 \text{ J}$. b) Cuando pasa por la posición vertical, su velocidad angular es $\omega = 3.42 \text{ rad/s}$. c) El extremo opuesto, tiene una velocidad lineal $v_T = 3.42 \text{ m/s}$. d) Cuando la varilla superó la línea vertical y está a 20° con la vertical, la velocidad angular disminuye a $\omega = 3.15 \text{ rad/s}$. e) La varilla desacelera porque la fuerza vertical peso (Mg), tiene una componente tangente a la trayectoria opuesta al movimiento ascendente.