

## FISICA I

Licenciatura y Profesorado en Química y Licenciatura en Biotecnología**TEMA 7: Fuerzas conservativas y energía potencial. Conservación de la energía mecánica. Fuerzas no conservativas y el teorema del trabajo y la energía.****Resultados de los ejercicios**

- Los ejercicios teóricos los resuelven como tema de estudio.
- Energía potencial gravitacional:  $\Delta U = -W_{\text{Peso}}$ .

7.1 a) Durante el primer día  $\Delta U = 6.88 \times 10^5 \text{ J}$ . b) Durante el segundo día  $\Delta U = -8.03 \times 10^5 \text{ J}$ . c) Durante los dos días,  $\Delta U = -1.15 \times 10^5 \text{ J}$ . d) La fuerza peso realizó un trabajo positivo  $W_{\text{Peso}} = 1.15 \times 10^5 \text{ J}$ .

7.2 a) El trabajo de la fuerza peso por su definición es  $W_P = 36.75 \text{ J}$ . b) El trabajo calculado por cambio de energía potencial es  $W_P = -\Delta U = 36.75 \text{ J}$  y este es el valor del trabajo total sobre la caja:  $W_{\text{total}} = W_P$ . c) Las respuestas no cambian. El trabajo de la fuerza peso es  $W_P = -\Delta U$ . La diferencia está en que todas las fuerzas ( $P$ ,  $f_r$  y  $F_{\text{externa}}$ ) realizan trabajo y por lo tanto el *trabajo total* sobre la caja es diferente en cada caso:  $W_{\text{total}} \neq W_P$ .

- Energía potencial elástica de un resorte:  $\Delta U = -W_{\text{resorte}}$ .

7.3 a) Cuando se estira  $x_1 = 2x_0$ :  $U_1 = 48 \text{ J}$ . b) Cuando se estira  $x_2 = x_0/2$ :  $U_2 = 3 \text{ J}$ . c) Cuando el resorte pasa de  $x_2$  hasta  $x_1$  el trabajo que ejecuta el resorte es  $W_{\text{resorte}} = -\Delta U = -45 \text{ J}$ . d) Cuando  $U_1 = 2U_0$ :  $x_1 = 12.73 \text{ cm}$ . e) Cuando  $U_2 = U_0/2$ :  $x_2 = 6.36 \text{ cm}$ . f) El trabajo que realiza el resorte es  $W_{\text{resorte}} = -\Delta U = 18 \text{ J}$ .

7.4 a) El resorte está comprimido en una cantidad  $x = 9.6 \text{ cm}$  respecto de su longitud normal y ejerce una fuerza de módulo  $F = 2.4 \times 10^2 \text{ N}$  sobre la masa  $m$ . b) La velocidad máxima es  $v_{\text{máxima}} = 3.03 \text{ m/s}$  cuando  $x_{\text{compresión}} = 0 \text{ m}$ . c) Cuando la velocidad es  $v_{\text{máxima}}/2$ , la compresión del resorte es  $x = 8.3 \text{ cm}$ . d) Como el módulo de  $F$  es  $kx$  la aceleración es máxima cuando  $x = x_{\text{máximo}}$  y  $F = F_{\text{máxima}}$ : así  $a_{\text{máxima}} = 95.92 \text{ m/s}^2$  en  $x_{\text{compresión}} = 9.6 \text{ cm}$ . e) Si la masa  $m$  no se suelta, una vez que el resorte se descomprimió ( $x_{\text{compresión}} = 0 \text{ cm}$ ), la masa continúa moviéndose y comienza a estirarlo, por lo que aplica una fuerza opuesta al movimiento. Como el resorte hace trabajo negativo ( $W_F < 0$ ), decrece su energía cinética y el resorte aumenta su energía potencial ( $W_F = -\Delta U$ ). El ciclo continúa repitiéndose.

- Fuerzas conservativas y no conservativas.

7.5 a) Cuando subió  $W_{\text{peso}} = -5.145 \times 10^3 \text{ J}$ . b) Cuando bajó  $W_{\text{peso}} = 5.145 \times 10^3 \text{ J}$ . c) Cuando caminó por el techo  $W = 0 \text{ J}$ . d) Cuando caminó por el suelo  $W = 0 \text{ J}$ . e)  $W_{\text{total}} = 0 \text{ J}$ . La fuerza peso si es conservativa porque  $W_{\text{total}} (\text{camino cerrado}) = 0 \text{ J}$ . (NOTA: En realidad habría que demostrar que  $W_{\text{total}} = 0$  en cualquier camino cerrado y no en uno en particular).

7.6 a) En el camino circular de radio  $2 \text{ m}$  el trabajo de la fricción es  $W_{\text{fricción}} = -3.08 \times 10^2 \text{ J}$ . b) En el camino circular de radio  $4 \text{ m}$  el trabajo de la fricción es  $W_{\text{fricción}} = -6.16 \times 10^2 \text{ J}$ . c) Por el primer camino  $A \rightarrow B \rightarrow C$ ,  $W_{\text{fricción}} = -22.05 \text{ J}$  y por el segundo,  $W_{\text{fricción}} = -7.35 \text{ J}$ . Se observa que uniendo iguales puntos por dos caminos diferentes, el trabajo de la fuerza de fricción es diferente. No es conservativa porque el trabajo en un camino cerrado es diferente de cero joules. (NOTA: si existe al menos un camino cerrado tal que  $W_{\text{total}} \neq 0$  la fuerza es no conservativa).

- Energía potencial y fuerzas conservativas.

7.7 a) La componente  $x$  se obtiene de  $F_x = -\frac{\partial U}{\partial x} = -Gm_1m_2/x^2$ . Como  $\mathbf{F}_G = F_x \mathbf{i} = (-Gm_1m_2/x^2) \mathbf{i}$ , vemos que

la componente  $x$  de la fuerza sobre  $m_2$  es hacia  $m_1$ . O sea  $m_1$  atrae a  $m_2$ . De la misma manera se puede calcular la componente  $x$  de la fuerza que  $m_2$  le aplica a  $m_1$ . b) Para dos masas de  $1 \text{ kg}$  separadas por  $x = 1 \text{ m}$  la magnitud de la fuerza es  $|\mathbf{F}_G| = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N}$  (fuerza muy débil comparada con el peso de cada masa de  $9.8 \text{ N}$  que se obtiene cuando una de las masas es la masa de la Tierra  $M_T$ ). c) Para el sistema Tierra-Luna  $|\mathbf{F}_G| = 2.012 \times 10^{20} \text{ N}$ .

7.8 a) La fuerza es  $F(x) = -\frac{d}{dx}U(x) = \frac{12a}{x^{13}} - \frac{6b}{x^7}$ . b) La distancia de equilibrio es  $x_{\text{eq}} = (2a/b)^{1/6}$ . c) La energía de disociación (separar los átomos a distancias infinitas) es  $E_D = -U(x_{\text{eq}}) = b^2/4a$ . d) Los valores de las constantes son

$a = 48.50$  y  $b = 46.59$  en unidades atómicas.

- Conservación de la Energía Mecánica.

7.9) a) La velocidad inicial al ser lanzada es de módulo  $|\mathbf{v}_i| = 5.68 \text{ m/s}$ . b) La piedra subirá hasta que la cuerda forme un ángulo  $\alpha = 84.4^\circ$ . c) La velocidad de la piedra es  $|\mathbf{v}| = 7.56 \text{ m/s}$ . d) La suma  $K + U = E_{\text{Total}}$  en cualquier punto del movimiento es  $E_{\text{Total}} = 43.71 \text{ J}$ . e) Para que la masa suba hasta una altura  $h_f = 3.8 \text{ m}$ , debe ser lanzada con una energía cinética inicial  $K_i = 25.65 \text{ J}$ . d) Este último valor de energía cinética es mayor que el del inciso a) porque, si no hay pérdidas de energía, debe llegar a una altura mayor y por lo tanto debe conseguir mayor energía potencial gravitatoria.

7.10) a) El resorte está comprimido inicialmente en  $x_i = 9.6 \times 10^{-2} \text{ m}$ . b) Cuando se descomprimió la mitad, la velocidad es  $v_i = 2.63 \text{ m/s}$ . c) La velocidad máxima es  $v_{\text{max}} = 3.03 \text{ m/s}$  y la alcanza cuando  $x = 0 \text{ m}$ . d) Cuando  $m$  se despegó del resorte en  $0.5 \text{ m}$  no hay variación de energía potencial y por lo tanto  $v = v_{\text{max}}$ .

7.11) a) La constante del resorte es  $k = 759.02 \text{ N/m}$ . b) La energía potencial del resorte antes de soltar la piedra es  $U = 57.13 \text{ J}$ . (Se toma la referencia  $h = 0 \text{ m}$  cuando el resorte está comprimido  $38.8 \text{ cm}$ ). c) La piedra subirá una altura  $\Delta y = 0.74 \text{ m}$  desde el punto en que se soltó. d) La velocidad con que la piedra sale disparada cuando el resorte se descomprimió y la piedra se separa de él, es  $|\mathbf{v}| = 2.62 \text{ m/s}$ .

7.12) a) Recorrió una distancia  $L = 1.06 \text{ m}$  sobre el plano inclinado. b) La velocidad con que el bloque golpea al resorte es de módulo  $|\mathbf{v}| = 3.22 \text{ m/s}$ . c) Cuando el bloque recorre  $L/2$  la velocidad es  $|\mathbf{v}| = 2.34 \text{ m/s}$ . d) Cuando la masa sube, llega a la misma altura de partida porque no hay pérdida de energía. Así  $h_{\text{máxima}} = 0.56 \text{ m}$ .

7.13) a) El valor de la fuerza en  $x = 7 \text{ m}$  es  $\mathbf{F} = -0.146 \text{ N}$  (i). b) Como  $E_T = -1 \text{ J}$ , el intervalo de movimiento es:  $1.13 \text{ m} \leq x \leq 8.87 \text{ m}$ . c) Cuando  $x = 3 \text{ m}$  el módulo de la velocidad es  $|\mathbf{v}(x=3 \text{ m})| = 15.63 \text{ m/s}$ . d) Las posibles posiciones que surgen de  $U = E_T - K = -1.6 \text{ J}$  son  $x_1 = 1.25 \text{ m}$  y  $x_2 = 5 \text{ m}$ .

- Fuerzas no conservativas de resistencia y de fricción.

7.14) a) Cuando entra al aceite, la velocidad de la bolita tiene módulo  $|\mathbf{v}| = 3.86 \text{ m/s}$ . b) El trabajo realizado por la resistencia que opone el aceite es  $W_{\text{arrastre}} = -0.143 \text{ J}$ . c) La fuerza de arrastre hizo un trabajo  $W_{\text{arrastre}} = -0.024 \text{ J}$ .

d) Como la velocidad es constante en el tramo final  $\mathbf{P} + \mathbf{f}_a = 0$  y el módulo de la fuerza de arrastre es  $0.12 \text{ N}$ .

7.15) a) La altura máxima que sube la roca desde el suelo es  $h_{\text{máx}} = 9.27 \text{ m}$ . b) Se desliza hacia abajo pues la componente del peso paralela a la ladera es mayor a la máxima fuerza de fricción estática. c) La velocidad cuando regresa al punto más bajo es de  $11.76 \text{ m/s}$ . d) La masa de la piedra es  $m = 1.84 \text{ kg}$ .

7.16) a) La velocidad del bloque cuando se despegas del resorte es  $v_f = 2.98 \text{ m/s}$ . b) Bajo la influencia de la fuerza de fricción, el bloque se mueve una distancia  $d_1$  en la superficie horizontal y  $d_2 = h / \sin 37^\circ$  sobre la pendiente. La distancia total  $d = d_1 + d_2 = 0.95 \text{ m}$ . c) Para que  $P \sin 37^\circ$  supere la fuerza de fricción estática,  $\mu_s < 0.75$ . d) Después de caer, el bloque impacta contra el resorte con una velocidad de módulo  $v = 1.69 \text{ m/s}$ .

- Tarea Práctica Individual de Repaso.

7.1\*) a) Cuando se deja caer, el  $W_P = 2325 \text{ J}$ , b) si se arroja lateralmente  $W_P = 2325 \text{ J}$ , c) Si se arroja hacia abajo  $W_P = 2325 \text{ J}$ . d) Si se impulsa hacia arriba  $W_P = 2325 \text{ J}$ . En todos los casos,  $W_P = -\Delta U_{\text{gravitatoria}}$ .

7.2\*) a) En este caso el trabajo es  $W_{\text{resorte}} = -\frac{1}{2}k(x_2^2 - x_1^2) = 0.5145 \text{ J}$ . b) Cuando  $m$  se mueve desde  $x_2 \rightarrow x_1$ , el trabajo es  $W_{\text{resorte}} = \frac{1}{2}k(x_2^2 - x_1^2) = -0.5145 \text{ J}$ . c) El trabajo en todo el camino es  $W_{\text{resorte}}(x_1 \rightarrow x_2 \rightarrow x_1) = 0 \text{ J}$ . d) En este caso el trabajo es  $W_{\text{resorte}} = -\frac{1}{2}k(x_2^2 - x_1^2) = -0.6615 \text{ J}$ . e) Cuando  $m$  se mueve desde  $x_2 \rightarrow x_1$  el trabajo es  $W_{\text{resorte}} = \frac{1}{2}k(x_2^2 - x_1^2) = 0.6615 \text{ J}$ . f) El trabajo en todo el camino  $W_{\text{resorte}}(x_1 \rightarrow x_2 \rightarrow x_1) = 0 \text{ J}$ . La fuerza del resorte es conservativa porque  $W_{\text{resorte}}(\text{camino cerrado}) = 0 \text{ J}$ . (NOTA: En realidad habría que demostrar que  $W_{\text{total}} = 0$  en cualquier camino cerrado y no en algunos en particular).

7.3\*) a) La expresión de la fuerza es  $F(x) = -\frac{d}{dx}U(x) = -\frac{6C}{x^7}$ . Es atractiva. b) La expresión vectorial de la fuerza

entre los átomos de hidrógeno es  $\mathbf{F} = (-4.44 \text{ u.a.})\mathbf{i}$ . c) El átomo de  $H$  se podría separar hasta  $x = 1.26 \text{ u.a.}$  lo que representa  $2.37a_0$ , es decir 2.37 radios atómicos del  $H$ .

7.4\*) a) El bloque se despegas del resorte a una velocidad  $v = 13.9 \text{ m/s}$ . b) Subirá hasta una altura  $h$  (desde el nivel de partida)  $= 1.92 \text{ m}$ . c) Recorre en el plano inclinado  $L = 4.23 \text{ m}$ . d) Como no hay fricción, se conserva la energía y por lo tanto la velocidad de impacto del bloque es  $v = 13.9 \text{ m/s}$ .

7.5\*) a) Subirá hasta una altura  $h = 0.75 \text{ m}$ . b) Debe soltarse desde una altura de  $30 \text{ cm}$ . c) En el punto medio de la longitud  $L$ , la velocidad es de  $1.71 \text{ m/s}$ . d) El coeficiente de fricción cinética es  $\mu_K = 0.14$ .