FISICA I

Licenciatura y Profesorado en Química y Licenciatura en Biotecnología

TEMA 10: Momento de una fuerza (torque). Dinámica rotacional. Equilibrio. Momento angular.

Resultados de los Ejercicios

- *Los ejercicios teóricos los resuelven como tema de estudio.*

- Momento de fuerzas (torque).

10.1) El torque que aplica **F** es en cada caso: a) *40 Nm* (saliente de la hoja), b) *34.64 Nm* (saliente de la hoja), c) *20 Nm* (saliente de la hoja), d) *17.32 Nm* (entrante a la hoja), e) *0 Nm* y e) *0 Nm*.
10.2) a) El torque de la fuerza F_1 es $\tau_1 = -1.62$ *N-m*. Dirección perpendicular a la hoja con sentido entrante. El torque de la fuerza F_2es $\tau_2 = +2.34$ *N-m*. Dirección perpendicular a la hoja con sentido saliente. El torque de la fuerza F_3 es $\tau_3 = +1.78$ *N-m*. Dirección perpendicular a la hoja con sentido saliente. b) La suma de los torques de las tres fuerzas es $\sum_i \tau_i = \tau_{neto} = +2.5$ *N-m*. El vector $\boldsymbol{\tau}_{neto}$ es saliente de la hoja.

- Torque y aceleración angular.

10.3) a) El momento de inercia de la combinación es $I = 5.93\times10^{-2} kg\text{-}m^2$. b) Cuando el ángulo es *30º* la aceleración angular es $\alpha(30º)=237.66\ rad/s^2$ y $\alpha(60º) = 137.21\ rad/s^2$. c) Cuando la varilla se ubica perpendicular al eje $+x$ (ángulo *90º*) **F** es paralela a la varilla y el torque es igual a cero.
10.4) a) La aceleración lineal es $|\mathbf{a}| = 1.3\ m/s^2$. b) La aceleración angular es $\alpha = 17.27\ rad/s^2$. c) Para las tensiones los valores son: $|\mathbf{T}_1| = 42.52\ N$ y $|\mathbf{T}_2| = 39.07\ N$. Observe que $T_1 > T_2$. d) El módulo de la fuerza que actúa sobre el eje de la polea es $F=[(T_1 + P_{polea})^2 + T_2\ ]^{1/2} = 102.52\ N$.

- Equilibrio. Cuerpos en reposo.

10.5) a) Las fuerzas peso del hombre y peso del puente, actúan verticalmente en sentido $-y$. Debido al equilibrio (no hay movimento $a_y = 0$) hay fuerzas de reacción en los puntos de apoyo que son verticales hacia $+y$. La suma de fuerzas verticales es $\sum F_y = N_1 + N_2 - P_{hombre} - P_{puente} = 0$. b) Tomando como punto de rotación el punto de apoyo *1*, las fuerzas pesos aplican torque con un sentido y la reación aplicada en el otro apoyo aplica torque con sentido opuesto. El equilibrio establece que no hay rotación neta o que la suma de todos los torques es igual a cero. La suma de todos los torques es $\sum_i \tau_i = N_2 L - 3P_{hombre} L/4 - P_{puente} L/2 = 0$. c) Para el apoyo más cercano a la persona la fuerza vertical de reacción es $|\mathbf{N}_2| = 1869.4\ N$ y para el más lejano la fuerza vertical de reacción es $|\mathbf{N}_1| = 1511.7\ N$. d) El planteo es similar y se obtiene $|\mathbf{N}_2| = 2048.2\ N$ en el extremo donde se detuvo y en el otro extremo $|\mathbf{N}_1| = 1332.8\ N$.
10.6) a) La fuerza de tensión **T** del alambre, tiene componentes T_x y T_y. En la bisagra, hay una componente F_{bx} y otra componente F_{by}. El peso $\mathbf{P}_C$ del cartel actua con sentido $-y$ y el peso de la varilla $\mathbf{P}_V$ actúa con igual sentido. b) Tomando el eje en la bisagra, la fuerza de tensión **T** y las fuerzas pesos aplican torque con sentidos opuestos. c) La tensión de alambre es: $|\mathbf{T}| = 559.67\ N$. d) La componentes de la fuerza sobre la bisagra son: componente horizontal $|\mathbf{F}_x| = 320.95\ N$ y componente vertical $|\mathbf{F}_y| = 178.5\ N$. e) Calculando el momento de inercia del cartel (respecto del eje en la bisagra) y aplicando $\alpha = \tau / I = 4.13\ rad/s$. Como el ángulo entre los pesos y la varilla cambia, α no es constante.

- Cuerpos en movimiento. Eje móvil.

10.7) a) El centro de masa se mueve a *1.8 m/s*. b) i) el vector velocidad es $|\mathbf{v}| = 3.6\ m/s$ con ángulo *0º* con la horizontal, ii) el vector velocidad es $|\mathbf{v}| = 0\ m/s$, iii) el vector velocidad es $|\mathbf{v}| = 2.55\ m/s$ con ángulo *-45º* con la horizontal y iv) el vector velocidad es $|\mathbf{v}| = 2.55\ m/s$ con ángulo *45º* con la horizontal. c) La energía cinética total es $K_{total} = K_{rotacional} + K_{traslacional} = 7.13\ J$.
10.8) a) La fuerzas que actúan sobre la esfera son el peso **P**, la normal **N** y la fuerza estática $\mathbf{f}_S$. Ubique el eje x paralelo al plano inclinado y descomponga las fuerzas. En este planteo, suponga que todas están aplicadas en el

centro de la esfera (*C.M.*). b) El torque de $\mathbf{f}_S$ es $f_s R = I_{CM}\alpha_z$. c) El ángulo θ del plano inclinado mide 20.5^o y el coeficiente de fricción estática μ_S debe ser mayor a *0.11*. d) El cilindro cambia respecto a la esfera su momento de inercia *I*. Surge entonces que el mínimo coeficiente de fricción estática debe ser $\mu_S \approx 0.12$. Para coeficiente de fricción mayor que este valor, el cilindro rueda sin deslizar y para valores de μ_S comprendidos entre *0.11* y *0.12* la esfera rueda pero el cilindro rueda y desliza.
10.9) a) Para el bloque que cae, las fuerzas son el peso **P** y una tensión $\mathbf{T}_1$. Para el cilindro, las fuerzas son una tensión $\mathbf{T}_2$ y la fuerza estática $\mathbf{f}_S$. La polea no tiene traslación. b) Para los torques, el bloque que cae no tiene rotación. Al cilindro, la fuerza estática $\mathbf{f}_S$ produce torque y en la polea hay dos torques aplicados por $\mathbf{T}_1$ y $\mathbf{T}_2$ dando un torque neto sobre ella. c) La solución se simplifica porque todas las masas son *M*. Resolviendo, la aceleración es *g/ 3* o sea $a = 3.27\ m/s^2$. En la polea que solo rota, la aceleración representa el valor de la aceleración tangencial de cualquier punto de su borde. En el cilindro sobre la mesa, representa la aceleración lineal del centro de masa y la aceleración tangencial de cualquier puntode su borde. d) El mínimo valor de μ_S para que el cilindro ruede es *0.17*.

- *Trabajo y potencia en movimiento rotacional.*

10.10) a) El torque que se necesita aplicar es de módulo $|\boldsymbol{\tau}| = 0.38\ N\text{-}m$. b) En el tiempo de *2.5* s, habrá girado un ángulo $\Delta\Phi = 157.1\ rad = 25\ rev$. c) El trabajo es $W = |\boldsymbol{\tau}|\,\Delta\Phi = 59.22\ J$. d) Cuando gira a *1200 rev/min*, la energía cinética rotacional es $K_{rot} = 59.22\ J$. Son iguales por el teorema del trabajo y la energía cinética $W = \Delta K$.
10.11) a) La aceleración angular es de valor $46.23\ rad/s^2$. b) La velocidad angular después de girar *50 rev* es $\omega_f = 170.43\ rad/s = 27.12\ rev/s$. c) El trabajo efectuado en las primeras *50 rev* es $W = 6.13\times10^5\ J$. d) La potencia media es $P_{media} = W/\Delta t = 1.66\times10^5\ w$. e) La potencia instantánea es $P_{instantánea} = \tau\omega_{instantánea} = 3.32\times10^5\ w$.
10.12) a) El módulo del torque aplicado por el motor es $|\boldsymbol{\tau}| = 328.9\ N\text{-}m$. b) La potencia media invertida por el motor es $P_{med\ motor} = 5515.838\ w$. c) La potencia media consumida por la fuerza peso $P_{med\ peso} = 5031.153\ w$. d) Las dos últimas cantidades no son iguales porque al mover al sistema con aceleración, el motor provee cada vez más energía cinética rotacional (del cilindro) y energía cinética translacional. Calculando se obtiene $K_{rot} / \Delta t = 22.64\ w$ y $K_{trans} / \Delta t = 462.04\ w$. La potencia media extra del motor es igual a la suma de las potencias medias de estas últimas cantidades.

- *Momento angular.*

10.13) a) El momento angular total tiene un módulo $|\mathbf{L}| = 5.28\times10^3\ kgm^2/s$. b) Debe aplicar un torque de módulo $|\boldsymbol{\tau}| = 70\ N\text{-}m$ con la misma dirección y sentido que el vector **L**. c) La velocidad angular final es $\omega_f = 3.77\ rad/s$. d) Después que la persona *A* salta del disco, la velocidad angular final es $\omega_f = 3.17\ rad/s$.
10.14) a) El módulo $|\mathbf{L}_1| = 21.45\ kgm^2/s$, dirección perpendicular a la hoja y sentido saliente. El módulo $|\mathbf{L}_2| = 31.248\ kgm^2/s$, dirección perpendicular a la hoja y sentido entrante. b) El momento angular resultante es $|\mathbf{L}_R| = 9.798\ kgm^2/s$, dirección perpendicular a la hoja y sentido entrante. c) Si se mantienen las direcciones de movimiento, el **L** de cada partícula no cambia porque tienen siempre el mismo brazo de momento (d_1 y d_2). d) Si las velocidades se mantienen constantes (en módulo y dirección) no hay fuerzas aplicadas y por lo tanto cada partícula tiene torque igual a cero. Esta ley explica la constancia de los momentos angulares y del momento angular total.
10.15) a) La expresión de la velocidad angular del cilindro más pequeño es: $\omega_{f\,2} = \dfrac{R_1 R_2 I_1 \omega_{01}}{I_1 R_2^2 + I_2 R_1^2}$. b) El cilindro menor tendrá una velocidad angular final $\omega_{f\,2} = 32\ rad/s$ y el mayor $\omega_{f\,1} = 16\ rad/s$. c) No se conserva la energía cinética total en el proceso. Esto es, porque hay un cierto tiempo en que ambos cilindros inetraccionan con la fuerza de fricción hasta conseguir igual velocidad tnagencial. La energía cinética total final es *0.8* de la cinética inicial.

- *Conservación del momento angular.*

10.16) a) Se conserva el momento angular porque la única fuerza aplicada es la tensión de la cuerda y forma un ángulo de 180^o con **r**. Por lo tanto $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{T} = 0\ N\text{-}m$. b) La velocidad angular final es $\omega_f = 7\ rad/s$. c) El cambio de energía cinética rotacional es $\Delta K = 1.03\times10^{-2}\ J$. d) Por el teorema del trabajo y la energía cinética $W = \Delta K = 1.03\times10^{-2}\ J$.
10.17) a) Despuès del choque, la velocidad angular de la barra es $\omega_{barra} = 1.47\ rad/s$. b) Se conserva el momento angular porque respecto del pivot la fuerza externa **P** no hace torque cuando està verticalmente. Por lo tanto $\boldsymbol{\tau}_{externo} = 0\ N\text{-}m$. El momento lineal no se conserva porque hay una fuerza externa en el pivot y $\mathbf{F}_{externa} \neq 0\ N$.

10.18) a) El momento angular del disco + niño es $+ 24\ kgm^2/s$ y el de la pelota es $– 19.17\ kgm^2/s$ por lo que el momento angular total es $L_T = 4.83\ kgm^2/s$. b) La nueva velocidad angular $\omega_F = 1.98\times10^{-2}\ rad/s$ con sentido de giro positivo (antihorario). c) Para detener el sistema disco + niño, la pelota debe impactar a *18.78 m/s*. d) El sistema plataforma + niño gira en sentido horario con velocidad angular en módulo igual a $6.16\times10^{-2} rad/s$.

- *Tarea Práctica Individual de Repaso.*

10.1*) a) Hacer el dibujo aproximado en escala. b) Tomando como plano (x,y) la hoja del dibujo el vector $\boldsymbol{\tau}$ es entrante (sentido –**k**). c) El cálculo dá: $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = (-1.05\ N\text{-}m)\mathbf{k}$.

10.2*) a) El torque de fricción sobre el aro es $\tau = 0.22\ N\text{-}m$. b) Tarda *6.41 s* en detenerse. c) Hasta detenerse, gira $\Delta\Phi = 64.11\ rev = 402.84\ rad$.

10.3*) a) La tensión en el alambre de la derecha es $|\mathbf{T}_1| = 50\ N$ y en el otro alambre es $|\mathbf{T}_2| = 25\ N$. b) Si las tensiones son iguales, sus módulos son $|\mathbf{T}| = 37.5\ N$ y la herramienta debe ubicarse en el extremo izquierdo de la repisa.

10.4*) a) La aceleración lineal es: $|\mathbf{a}| = 0.156\ m/s^2$. b) Tarda un tiempo $t = 4.14\ s$. c) La velocidad angular al final de la cuerda es $\omega_f = 202\ rad/s = 32\ rev/s$.

10.5*) a) El torque es de módulo $|\boldsymbol{\tau}| = P / \omega = 0.74\ N\text{-}m$. b) El torque mínimo es de módulo $|\boldsymbol{\tau}| = 5.64\ N\text{-}m$. c) El fuerza mínima de roce con la madera es de módulo $|f_r| = 65.55\ N$.

10.6*) a) El vector momento angular es $\mathbf{L}_i = (-115.28\ kg\text{-}m^2/s)\mathbf{k}$. b) El módulo de $dL/dt = |\boldsymbol{\tau}| = (125.39\ N\text{-}m)$. c) Cuando cruza el eje x el vector momento angular es $\mathbf{L}_f = (-106.41\ kg\text{-}m^2/s)\mathbf{k}$. Calculando el cambio $\Delta\mathbf{L}$ resulta que $\mathbf{L}_f - \mathbf{L}_i = (8.87\ kg\text{-}m^2/s)\mathbf{k}$. Por lo tanto hubo un aumento de momento angular.

10.7*) a) Despuès que hace contacto el paracaidista con el disco, la velocidad final del conjunto es $\omega_f = 1.24\ rad/s$. b) Las energìas cinètica inicial y final tienen valores $K_i = 1.08\times10^3\ J$ y $K_f = 4.47\times10^2\ J$. No son iguales porque hubo un trabajo de la fricción para detener al paracaidista. c) La velocidad final del conjunto disco + persona es $\omega_f = 1.24\ rad/s$.