

FISICA I

Licenciatura y Profesorado en Química y Licenciatura en BiotecnologíaTEMA 1: Vectores. Operaciones vectoriales. Producto punto (escalar) y producto cruz (vectorial).Resultados de los ejercicios*(Los vectores se simbolizan con letra **negrita**)*

- *Los ejercicios teóricos los resuelven como tema de estudio.*
- Vectores en dos dimensiones. Componentes, módulo y dirección. Suma de vectores.

1.1) a) $a_x = 4.65$, $a_y = 8.05$. b) $b_x = -15.56$, $b_y = 15.56$. c) $c_x = 3.82$, $c_y = -5.07$.1.2) a) $|\mathbf{a}| = 2.24$ y $\theta = 333.43^\circ$. b) $|\mathbf{a}| = 2.24$ y $\theta = 26.57^\circ$. c) $|\mathbf{a}| = 2.24$ y $\theta = 153.44^\circ$. d) $|\mathbf{a}| = 2.24$ y $\theta = 206.57^\circ$.1.3) a) Para $\mathbf{c} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$ se obtiene: $|\mathbf{c}| = 7.41$ y $\theta = 319.11^\circ$. b) Para $\mathbf{d} = \mathbf{a} - \mathbf{b}$ se obtiene: $|\mathbf{d}| = 10.1$ y $\theta = 106.10^\circ$.

- Vectores unitarios \mathbf{i} , \mathbf{j} . Operaciones con vectores.

1.4) $\mathbf{A} = (0\text{ m})\mathbf{i} - (8\text{ m})\mathbf{j}$, $\mathbf{B} = (7.5\text{ m})\mathbf{i} + (12.99\text{ m})\mathbf{j}$, $\mathbf{C} = (-10.88\text{ m})\mathbf{i} - (5.07\text{ m})\mathbf{j}$ y $\mathbf{D} = (-7.99\text{ m})\mathbf{i} + (6.02\text{ m})\mathbf{j}$.1.5) a) $\mathbf{a} = 1.3\mathbf{i} + 2.25\mathbf{j}$ y $\mathbf{b} = -4.1\mathbf{i} + 3.75\mathbf{j}$. b) $c_x = -2.8$ y $c_y = 6$. c) $|\mathbf{c}| = 6.62$ y $\theta = 115.02^\circ$. d) $d_x = 5.4$ y $d_y = -1.5$.e) $|\mathbf{d}| = 5.6$ y $\theta = 344.48^\circ$. f) $\mathbf{f} = 20.3\mathbf{i} - 8.25\mathbf{j}$.1.6) a) $a_x = 5$ y $a_y = -6$. b) $a_x = -15$ y $a_y = 22$. c) $v_x = 9$ y $v_y = -11$. d) $a_x = 20$ y $a_y = -30$. e) $c_x = -2.25$, $c_y = 3$ y $c_z = 3.75$. f) $g_x = 17.75$, $g_y = -27$ y $g_z = -3.75$.1.7) El vector \mathbf{x} debe anular a la suma de los vectores: $\mathbf{x} + \mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{0}$. Luego $\mathbf{x} = -(\mathbf{a} + \mathbf{b})$. Resolviendo, la expresión del vector \mathbf{x} es $\mathbf{x} = (-757.77)\mathbf{i} + (187.5)\mathbf{j}$

- Producto punto (escalar) de vectores.

1.8) a) $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = -103.92\text{ m}^2$. b) $\mathbf{B} \cdot \mathbf{C} = -147.45\text{ m}^2$. c) $\mathbf{A} \cdot \mathbf{C} = 40.57\text{ m}^2$.1.9) Los productos escalares son: a) $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 22$. b) $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = -56$. c) $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 4$.1.10) i) a) $|\mathbf{A}| = 6.32$, $|\mathbf{B}| = 3.6$; b) $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = -14$ y c) $\beta = 127.87^\circ$. ii) a) $|\mathbf{A}| = 5.83$, $|\mathbf{B}| = 11.66$; b) $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = 60$ y c) $\beta = 28.07^\circ$. iii) a) $|\mathbf{A}| = 4.47$, $|\mathbf{B}| = 15.65$; b) $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = -56$ y c) $\beta = 143.13^\circ$.1.11) a) El producto escalar $\mathbf{C} \cdot \mathbf{C} = |\mathbf{C}|^2 = C^2 = (\mathbf{A} + \mathbf{B}) \cdot (\mathbf{A} + \mathbf{B}) = |\mathbf{A}|^2 + |\mathbf{B}|^2 + 2\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A^2 + B^2 + 2\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$. De las propiedades del producto punto $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$, se deducen las respuestas: b) Si $\alpha = 90^\circ$, $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = 0$ y $C^2 = A^2 + B^2$. c) Si $C^2 < A^2 + B^2$ producto punto $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ es negativo y $\alpha > 90^\circ$. d) Si $C^2 > A^2 + B^2$ producto punto $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ es positivo y $\alpha < 90^\circ$.

- Producto cruz (vectorial) de vectores.

1.12) a) El vector $\mathbf{A} \times \mathbf{D}$ tiene magnitud 63.89 m^2 , dirección perpendicular a la hoja y sentido entrante a la hoja (sentido $-\mathbf{k}$). b) El vector $\mathbf{B} \times \mathbf{C}$ tiene magnitud 103.24 m^2 , dirección perpendicular a la hoja y sentido saliente a la hoja (sentido \mathbf{k}).1.13) Los productos vectoriales son: a) $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = -6\mathbf{k}$, b) $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = 42\mathbf{k}$ y $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = -22\mathbf{i} + 56\mathbf{j} - 58\mathbf{k}$.1.14) Como área es base \times altura $= |\mathbf{A}| \times (|\mathbf{B}| \sin(\alpha)) = |\mathbf{A} \times \mathbf{B}|$.1.15) a) La magnitud de $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ es de 4.61 cm^2 su dirección y sentido $-z$ (entrando a la hoja). b) Las componentes son: $A_x = 1.4\text{ cm}$ y $A_y = 2.42\text{ cm}$; $B_x = 0.95\text{ cm}$ y $B_y = -1.65\text{ cm}$ y $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (-4.61\text{ cm}^2)\mathbf{k}$. c) Despejando $\sin \alpha = 0.866$ los ángulos son: $\alpha = 60^\circ$ (no corresponde) o $\alpha = 120^\circ$ (corresponde al ángulo entre los vectores ya que $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} < 0$). d) Al calcular $\mathbf{B} \times \mathbf{A}$ no cambiaría la magnitud, el sentido sería $+z$ (saliente de la hoja), el producto $\mathbf{B} \times \mathbf{A} = (4.61\text{ cm}^2)\mathbf{k}$ y el ángulo $\alpha = 120^\circ$.

- Tarea Práctica Individual de Repaso.

1.1*) a) Para $\mathbf{V} = \mathbf{B} + \mathbf{C}$, $|\mathbf{V}| = 8.61 \text{ m}$ y $\theta = 113.09^\circ$. b) Para $\mathbf{V} = \mathbf{B} - \mathbf{C}$, $|\mathbf{V}| = 25.77 \text{ m}$ y $\theta = 44.51^\circ$. c) Para $\mathbf{V} = \mathbf{A} + \mathbf{D}$, $|\mathbf{V}| = 8.23 \text{ m}$ y $\theta = 193.94^\circ$. d) Para $\mathbf{V} = \mathbf{A} - \mathbf{D}$, $|\mathbf{V}| = 16.13 \text{ m}$ y $\theta = 299.67^\circ$.

1.2*) El vector, tiene la expresión $\mathbf{c} = -2\mathbf{i} + 10\mathbf{j}$. Su magnitud es $|\mathbf{c}| = 10.2$ y forma con el eje $+x$, el ángulo $\theta = 101.31^\circ$.

1.3*) a) El producto escalar es $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 14$ y $\alpha = 58.67^\circ$. b) Los vectores son: $\mathbf{c} = -1\mathbf{i} + 5\mathbf{j}$, $\mathbf{d} = -18\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$. El producto escalar es $\mathbf{d} \cdot \mathbf{c} = 8$ y $\alpha = 85.03^\circ$.

1.4*) a) El vector $\mathbf{V}_1 = \mathbf{B} \times \mathbf{C}$ tiene magnitud 103.24 m^2 , dirección perpendicular a la hoja y sentido saliente a la hoja (sentido $+\mathbf{k}$). b) El vector $\mathbf{V}_2 = \mathbf{C} \times \mathbf{B}$ tiene igual magnitud y dirección que $\mathbf{B} \times \mathbf{C}$ pero sentido opuesto (entrante a la hoja: sentido $-\mathbf{k}$). La conclusión es que el producto cruz no es conmutativo.

1.5*) Para el vector $\mathbf{c} = \mathbf{a} \times \mathbf{b} = -14\mathbf{i} - 20\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$. Los vectores \mathbf{a} y \mathbf{b} forman un ángulo posible α de 83.02° o 96.98° . Para decidir cuál es el ángulo verdadero, calculamos $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = -3$ lo que significa que $\alpha > 90^\circ$. Luego el ángulo entre \mathbf{a} y \mathbf{b} es $\alpha = 96.98^\circ$.