

FISICA I

Licenciatura y Profesorado en Química y Licenciatura en Biotecnología**TEMA 7: Fuerzas conservativas y energía potencial. Conservación de la energía mecánica. Fuerzas no conservativas y el teorema del trabajo y la energía.**

Los ejercicios marcados al final de la guía con (*) los resuelven como tarea práctica de repaso. Las preguntas teóricas se plantean como materia de estudio.

- Teoría.

- i) Definir fuerza conservativa a partir de: a) el trabajo de la fuerza. b) el trabajo de la fuerza y la trayectoria seguida por la partícula.
- ii) A partir del trabajo de una fuerza conservativa $W_{A,B}$ definir de manera general el cambio $\Delta U = U_B - U_A$.
- iii) Si se conoce la energía potencial $U(x,y,z)$ que posee una partícula, ¿cómo se calculan cada una de las componentes de la fuerza conservativa que actúa sobre ella?
- iv) a) Si en un punto P_1 de su trayectoria una partícula tiene una energía cinética K_1 y una energía potencial U_1 y se sabe que la energía mecánica se conserva ¿Qué puede decir de la energía mecánica en otro punto P_2 de la trayectoria distinto de P_1 ? b) Si la energía mecánica se conserva ¿significa que se mueve siempre a la misma velocidad? c) Si la energía mecánica se conserva ¿significa que tiene siempre la misma energía potencial?
- v) Una partícula de masa m se mueve bajo la acción de fuerzas conservativas y no conservativas (por ejemplo de resistencia y de fricción). Escribir en este caso el teorema del trabajo y la energía cinética. Expresar luego, a qué expresión es igual la suma $\Delta K + \Delta U$.

- Energía potencial gravitacional: $\Delta U = -W_{\text{Peso}}$.

7.1) Usar $\Delta U = mgh_f - mgh_i = mg(h_f - h_i) = mg\Delta h$.

En un día, un alpinista de 78 kg de masa sube desde el nivel de 1500 m en un risco vertical hasta la cima ubicada a 2400 m. Al día siguiente desciende desde la cima hasta la base ubicada a 1350 m. a) Calcular el cambio de energía potencial gravitacional durante el primer día. b) Calcular el cambio de energía potencial gravitacional durante el segundo día. c) Calcular el cambio de energía potencial en los dos días. d) Calcular el trabajo que hizo la fuerza peso en todo el recorrido de la parte c).

7.2) Usar $W = F \Delta s \cos \alpha$ y $\Delta U = mgh_f - mgh_i = mg(h_f - h_i) = mg\Delta h$ y $W_F = -\Delta U$.

Una caja de 2.5 kg, parte desde la parte superior de una rampa sin fricción con un ángulo de 30° sobre la horizontal. Recorre una distancia de 3 m sobre el plano inclinado y llega a la base del mismo. Calcular el trabajo de la fuerza peso de dos maneras: a) a partir de la definición de trabajo $W = \mathbf{P} \cdot \Delta \mathbf{s}$ y b) a partir del cambio de energía potencial gravitacional. c) ¿Cuáles serían las respuestas si hay fricción entre la caja y el plano inclinado y además una persona aplica una fuerza $\mathbf{F}_{\text{externa}}$ a la caja?

- Energía potencial elástica de un resorte: $\Delta U = -W_{\text{resorte}}$.

7.3) Usar $U_{\text{resorte}}(x) = \frac{1}{2} kx^2$.

Un resorte almacena una energía potencial $U_0 = 12 \text{ J}$ cuando se estira en una cantidad x_0 desde su longitud no estirada ($x=0$). Calcular cuánta energía potencial almacena cuando: a) se lo estira $x_1 = 2x_0$, b) $x_2 = x_0/2$. c) Si el resorte cambia su estiramiento de x_2 hasta x_1 , calcular el trabajo mecánico realizado por el resorte. Si $x_0 = 9 \text{ cm}$ calcular cuánto debe comprimirse desde su longitud normal para que almacene: d) $U_1 = 2U_0$, e) $U_2 = U_0/2$. f) Si la energía potencial del resorte cambia desde U_1 hasta U_2 , calcular el trabajo W_{resorte} que realiza el resorte.

7.4) Usar $U_{\text{resorte}}(x) = \frac{1}{2} kx^2$, $W = \Delta K = -\Delta U$ y $\mathbf{F}(x) = -kx$.

Sobre una superficie horizontal sin fricción, una masa de 2.5 kg está sostenida sobre un resorte comprimido que almacena 11.5 J de energía potencial elástica. La masa está en contacto pero no está unida al resorte con constante $k = 2500 \text{ N/m}$. a) Calcular la compresión y la fuerza que ejerce el resorte sobre la masa m . b) De repente, la masa se suelta desde el reposo. Calcular el valor de su velocidad máxima $v_{\text{máxima}}$. c) Calcular la compresión del resorte cuando la velocidad $v = v_{\text{máxima}}/2$. d) Calcular para qué valor de compresión la aceleración de la masa es máxima. d) ¿Qué sucedería si la masa sigue unida al resorte y no se desprende de él?

- Fuerzas conservativas y no conservativas.

7.5) Usar definición. Usar $W = F \Delta s \cos \alpha$ y $\oint \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0$ para fuerzas conservativas.

Un hombre de 75 kg sube por una escalera vertical de 7 m al techo de una casa. Después camina 12 m en el techo plano de la casa, desciende por otra escalera vertical de 7 m y camina por el suelo regresando al punto de partida. Calcular el trabajo que hizo la fuerza peso en los siguientes casos: a) cuando subió, b) cuando bajó, c) cuando caminó por el techo y d) cuando caminó por el suelo. e) Calcular el trabajo total en todo el recorrido cerrado. ¿Es conservativa la fuerza peso?

7.6) Usar definición. Usar $W = F \Delta s \cos \alpha$.

Se empuja una caja de 10 kg sobre una superficie horizontal describiendo una trayectoria circular completa. El coeficiente de fricción cinético es $\mu_k = 0.25$. Calcular el trabajo de la fuerza de fricción en la vuelta completa cuando: a) el radio es de 2 m. b) cuando el radio es de 4 m. c) Suponga ahora un camino sobre los lados de un triángulo rectángulo de lados $AB = 40 \text{ cm}$, $BC = 50 \text{ cm}$ y $CA = 30 \text{ cm}$. Suponga dos caminos que unen los puntos A y C: $A \rightarrow B \rightarrow C$ y $A \rightarrow C$. Calcular el trabajo de la fuerza de fricción siguiendo los dos caminos propuestos. Conclusión: ¿es conservativa la fuerza de fricción? ¿Por qué?

- Energía potencial y fuerzas conservativas.

7.7) Usar definición $F_x = - \frac{\partial U}{\partial x}$. (Fuerza gravitatoria).

Dos masas puntuales m_1 y m_2 están ubicadas sobre el eje + x. La masa m_1 está en el origen y m_2 en una posición arbitraria $x > 0$. La energía potencial gravitacional de este sistema es $U(x) = -G m_1 m_2 / x$ y es debida a una fuerza conservativa gravitacional F_G que una masa le aplica a la otra. En la expresión de $U(x)$, G es la constante de la gravitación universal. a) Obtener una expresión de la componente x de la fuerza que m_1 le hace a m_2 . ¿Es de atracción o de repulsión? ¿Cómo se dá cuenta de su sentido? b) Suponga dos masas de 1 kg separadas por 1 m. Calcular la magnitud de la fuerza entre las masas. c) Si las masas son Tierra y Luna, calcular el módulo de la fuerza gravitatoria entre ellas. Tome en este caso $x = 3.82 \times 10^5 \text{ km}$. (Datos: $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg s}^2$, $M_T = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$, $M_L = 7.36 \times 10^{22} \text{ kg}$).

7.8) Usar definición $F_x = - \frac{\partial U}{\partial x}$ (Fuerza intramolecular entre átomos).

La energía potencial de dos átomos en una molécula diatómica, está dada aproximadamente por la expresión $U(x) = a/x^{12} - b/x^6$ donde a y b son constantes positivas y x es la distancia entre átomos. a) Determinar la expresión de la fuerza $F(x)$. b) Encontrar una expresión de la distancia de equilibrio x_{eq} entre átomos. c) Encontrar una expresión de la energía E_D que debe agregarse a la molécula para separar totalmente a los átomos ($x \rightarrow \infty$). (E_D se llama energía de disociación). d) Si en unidades atómicas para la molécula de CO los valores son: $x_{eq} = 1.13 \text{ u.a.d.}$ y $E_D = 11.19 \text{ u.a.e.}$, calcular el valor de las constantes a y b (en unidades atómicas).

- Conservación de la energía mecánica.

7.9) Usar $\Delta K + \Delta U_{gravitatoria} = 0$.

Se construye un péndulo atando una piedra de 1.3 kg a una cuerda de 3.8 m de largo. Se forma un ángulo inicial de $\alpha_i = 58^\circ$ con la vertical y se arroja la piedra con una velocidad inicial v_i que es perpendicular a la cuerda. Se observa que cuando pasa por el punto más bajo, tiene una velocidad de 8.2 m/s. a) Calcular la velocidad v_i que tenía la piedra al ser lanzada. b) Calcular el mayor ángulo que formará la cuerda con la vertical en el movimiento de la cuerda. c) Calcular la velocidad de la piedra cuando está subiendo y la cuerda forma un ángulo de 30° con la vertical. d) Calcular la energía mecánica total tiene la piedra. e) Calcular la energía cinética K_i que debe proporcionarse a la masa m inicialmente (en $\alpha_i = 58^\circ$), para suba hasta una altura de 3.8 m desde el punto más bajo. Explique porqué razón este valor de energía cinética K_i es mayor que la energía cinética dada en la parte a).

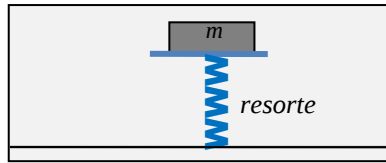
7.10) Usar $\Delta K + \Delta U_{resorte} = 0$.

Una masa m de 2.5 kg se empuja contra el extremo libre de un resorte horizontal cuya constante de fuerza es $k = 25 \text{ N/cm}$ sobre una mesa de colchón de aire sin fricción. El resorte tiene el otro extremo unido a la mesa pero la masa no está unida al resorte. Cuando el resorte almacenó 11.5 J de energía potencial, se suelta la masa desde el reposo. a) Calcular la compresión inicial del resorte. b) Calcular la velocidad de m cuando el resorte se descomprimió la mitad de su compresión inicial. c) Calcular la velocidad máxima que alcanza la masa. d) Calcular la velocidad que tiene m después que se despegó 0.5 m del extremo del resorte.

7.11) Usar $\Delta K + \Delta U_{gravitatoria} + \Delta U_{resorte} = 0$.

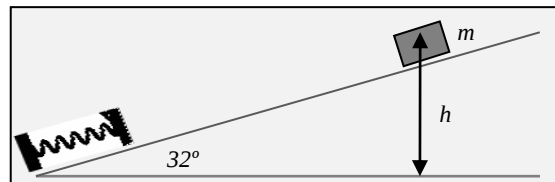
En la figura de abajo se muestra un objeto de $m = 7.9 \text{ kg}$ que es colocado de manera muy suave sobre una plataforma unida a la parte superior de un resorte. Se observa que cuando lo comprime 10.2 cm, la masa se

está equilibrada y en reposo. Luego, presionando sobre el objeto con la mano hacia abajo, el resorte se comprime hacia abajo otros 28.6 cm y se suelta con velocidad inicial igual a cero. a) Calcular la constante de fuerza k del resorte. b) Calcular la energía potencial que hay en el resorte antes de soltar la piedra. c) Calcular a qué altura llegará la piedra desde la posición más baja en que se soltó. d) Calcular la velocidad del objeto en el momento de separarse del resorte.



7.12) Usar $\Delta K + \Delta U_{\text{gravitatoria}} + \Delta U_{\text{resorte}} = 0$.

Un resorte colocado en la parte inferior de un plano inclinado tiene una constante $k = 11600\text{ N/m}$. En la parte superior de la pendiente de 32° , un bloque con una masa $m = 3.2\text{ kg}$ se suelta desde el reposo y se detiene momentáneamente en la base del plano inclinado después de comprimir al resorte 5.5 cm . a) Calcular qué distancia recorrió el bloque pendiente abajo hasta ese momento? b) Calcular qué velocidad tiene el bloque cuando impacta al resorte. c) Calcular la velocidad del bloque, cuando recorrió la mitad de la pendiente calculada en a). d) Después de aplastar al resorte, éste se descomprime e impulsa la masa m hacia arriba. ¿hasta qué altura máxima $h_{\text{máxima}}$ subirá?



7.13) Usar $\Delta K + \Delta U = 0$.

Una partícula de 10 g de masa, se desplaza en el eje x positivo donde la energía potencial varía como $U(x) = (10\text{ J})[(1\text{ m}^2)/x^2 - (1\text{ m})/x]$. Cuando la partícula está en $x = 7\text{ m}$ su velocidad es de 6.7 m/s apuntando hacia las x negativas. a) Calcule la fuerza que actúa sobre ella en esa posición. b) ¿Entre qué límites tiene lugar el movimiento? c) Calcular el valor de la velocidad cuando está en $x = 3\text{ m}$. d) Si la energía cinética es $K = 0.6\text{ J}$, calcular qué posibles valores de x ocupa la partícula.

- Fuerzas no conservativas de resistencia (arrastre) y de fricción.

7.14) Usar $\Delta K + \Delta U = W$ (no conservativo).

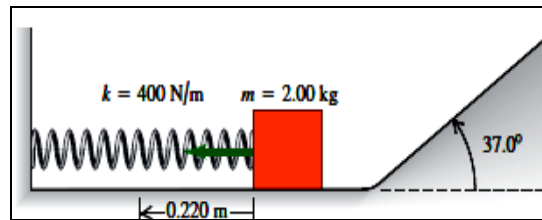
Una bolita de 12.2 g de masa, se deja caer ($v_i = 0\text{ m/s}$) desde una altura de 76 cm arriba de una superficie de aceite que llena un barril de 55 cm de profundidad. La bolita, llega al fondo del barril con una velocidad de 1.48 m/s . a) Sin considerar la resistencia del aire, calcule la velocidad de la bolita cuando entra al aceite. b) Calcule el trabajo realizado por el aceite sobre la bolita debido a la fuerza de arrastre $\mathbf{f}_a$ que ofrece al avance. c) Si la velocidad de 1.48 m/s con que la bolita toca el fondo es la velocidad límite que alcanza en el aceite y la consigue a una altura de 20 cm de llegar al fondo del barril ¿qué trabajo realiza la fuerza de arrastre $\mathbf{f}_a$ en esos últimos 20 cm ? d) En estos últimos 20 cm del recorrido ¿qué valor alcanza la fuerza de arrastre $\mathbf{f}_a$?

7.15) Usar $\Delta K + \Delta U = W$ (no conservativo).

Una roca grande, se acerca al pie de una loma con velocidad de 15 m/s . La ladera de la loma, tiene un ángulo constante de 40° sobre la horizontal. Los coeficientes de fricción estática y cinética entre la loma y la roca son 0.75 y 0.2 respectivamente. a) Calcular la altura máxima desde el pie de la loma a la que subirá la roca. b) Analice si la roca se quedará quieta en el punto más alto o se deslizará cuesta abajo. c) Si la roca vuelve a caer, calcular su velocidad cuando pasa por el pie de la loma. d) Si en todo el recorrido de ida y vuelta que hizo la piedra la pérdida de energía total es $\Delta E = -79.7\text{ J}$, calcule la masa m que tiene la piedra.

7.16) Usar $\Delta K + \Delta U = W$ (no conservativo).

Un bloque de 2 kg , se empuja contra un resorte con constante de fuerza $k = 400\text{ N/m}$ comprimiéndolo 0.22 m . El bloque no está unido al muelle y al soltarse con $v_i = 0$, se mueve primero sobre una superficie horizontal y luego comienza a ascender una pendiente de 37° . El coeficiente de fricción cinética entre las superficies y el bloque es $\mu_k = 0.18$. a) Calcular la velocidad que tiene el bloque cuando se separa del resorte. b) Si el bloque sube una altura $h = 0.3\text{ m}$ desde el nivel de la horizontal, calcular la distancia total que recorrió el bloque desde que se separa del resorte. c) Una vez que se detuvo a una altura $h = 0.3\text{ m}$, el bloque inicia un descenso y choca contra el resorte. ¿Para qué valores del coeficiente de fricción estática μ_s es esto posible? d) A su regreso ¿con qué valor de la velocidad impacta el bloque al resorte e inicia su compresión?



• Tarea Práctica Individual de Repaso.

7.1*) Usar definición $W = -\Delta U$.

Un nadador de 73 kg salta desde un trampolín que está a una altura de 3.25 m del nivel del agua. Calcular usando el cambio en la energía potencial gravitacional, el trabajo que hace la fuerza peso en las siguientes situaciones: a) sin impulsarse, se deja caer a la piletta, b) se arroja horizontalmente a una velocidad de 2.5 m/s, c) se arroja hacia abajo a una velocidad de 2.5 m/s y d) se impulsa hacia arriba a una velocidad de 2.5 m/s.

7.2*) Usar $W = \pm \frac{1}{2} kx^2$.

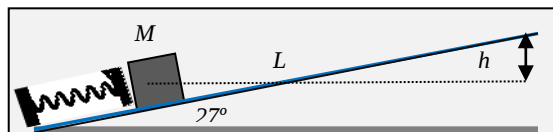
Un resorte horizontal de constante $k = 4.9 \text{ N/cm}$, tiene un extremo fijo y el otro unido a una masa m . Cuando el resorte tiene su longitud normal, la masa se ubica sobre el eje en $x = 0 \text{ m}$. Si la masa se mueve desde $x_1 = -5 \text{ cm}$ hasta $x_2 = -2 \text{ cm}$ calcular el trabajo que hizo el resorte. b) Luego la masa va de x_2 hasta x_1 . Calcular el trabajo del resorte. c) Calcular el trabajo total en el camino $x_1 \rightarrow x_2 \rightarrow x_1$. d) Si la masa se mueve desde $x_1 = +3 \text{ cm}$ hasta $x_2 = +6 \text{ cm}$ calcular el trabajo que hizo el resorte. e) Luego la masa va de x_2 hasta x_1 . Calcular el trabajo del resorte. f) Calcular el trabajo total en el camino $x_1 \rightarrow x_2 \rightarrow x_1$. ¿Es conservativa la fuerza del resorte? ¿Porqué?

7.3*) Usar definición $F_x = -\frac{\partial U}{\partial x}$. (Fuerza intermolecular entre átomos).

La energía potencial entre dos átomos de H separados por una distancia x muy grande comparada con su radio atómico, está dada por $U(x) = -C/x^6$ donde $C = 8.7 \times 10^{-4}$ (en unidades atómicas). a) Obtener la expresión de la fuerza $F(x)$. ¿Es atractiva o repulsiva la fuerza? b) Calcular en unidades atómicas el valor de la fuerza cuando $x = 10 a_0$ donde a_0 es el radio del átomo H cuyo valor es en unidades atómicas $a_0 = 0.53$. c) Si un átomo de H tuviera un valor de energía total $E_T = -2.2 \times 10^{-4}$ (en unidades atómicas), ¿hasta qué valor de x se podría alejar del otro átomo? ¿cuántos radios atómicos representa?

7.4*) Usar $\Delta K + \Delta U_{\text{gravitatoria}} + \Delta U_{\text{resorte}} = 0$.

Un bloque de 1.93 kg, se coloca sin adherirse sobre un resorte en una pendiente sin fricción de 27° . El resorte, cuya constante de fuerza k es de 2080 N/m, se comprime 18.7 cm. A continuación se suelta el bloque. a) Calcular la velocidad del bloque cuando se despegga del resorte. b) Calcular a qué altura h de la pendiente llegará el bloque. Mida la altura final respecto de la que ocupaba antes de que lo soltaran (línea punteada). c) Calcular la distancia L que recorre sobre la pendiente. d) Cuando el bloque cae, ¿con qué valor de velocidad impacta al resorte estirado?



7.5*) Usar $\Delta K + \Delta U = W$ (no conservativo).

Las partes curvas de la pista mostrada abajo, no tienen fricción. En cambio, en el tramo $L = 2.16 \text{ m}$, si existe una fuerza de fricción. Se suelta un objeto de masa $m = 235 \text{ g}$ desde el punto A que está a una altura $h = 1.05 \text{ m}$ desde el nivel de la parte plana. El objeto pierde por rozamiento, 0.688 J de energía mecánica en el tramo horizontal. a) Calcular a qué altura h' de la rampa derecha se detiene el objeto. b) Calcular desde qué altura h sobre la rampa izquierda debe soltarse el objeto con velocidad inicial cero, para que se detenga exactamente al final del tramo L . c) En este último caso, calcular con qué velocidad pasa el objeto el punto medio del tramo L . d) Calcular el coeficiente de fricción cinética μ_K .

