

**FISICA I****Licenciatura y Profesorado en Química y Licenciatura en Biotecnología****TEMA 3: Cinemática en dos y tres dimensiones. Movimiento de proyectiles. Movimiento circular. Movimiento relativo.**

Los ejercicios marcados al final de la guía con (\*) los resuelven como tarea práctica individual de repaso. Las preguntas teóricas se plantean como materia de estudio.

- Teoría.

- i) Una partícula se desplaza sobre un plano con una aceleración **a**. ¿Puede ser modificada la componente *x* del vector posición **r** por la componente *y* de la aceleración? Justifique la respuesta.
- ii) Si **v** y **a** son la velocidad y aceleración de un automóvil describir su movimiento en las siguientes situaciones: a) **v** y **a** son paralelas, b) **v** y **a** son antiparalelas, c) **v** y **a** son perpendiculares entre sí, d) **v** es cero pero **a** no lo es y e) **a** es cero pero **v** no lo es.
- iii) a) De la ecuación  $v_y = v_{0y} - gt$  hallar el tiempo en que  $y = y_{\max}$ . b) De la ecuación  $y = v_{0y} t - \frac{1}{2}gt^2$  calcular el tiempo en que  $y = 0$  nuevamente. Comparar con a). c) Hallar una expresión para  $y_{\max}$ . d) Demostrar que cuando el proyectil cae en  $y=0$  la componente  $v_y = -v_{0y}$ .
- iv) En el movimiento circular ¿el vector **v** se mantiene constante? ¿ $|\mathbf{v}|$  es constante?
- v) Analice el movimiento circular. ¿Es posible tomar una curva con aceleración igual a cero? ¿Es posible tomar una curva con una aceleración constante?

- Vectores posición, velocidad y desplazamiento.

3.1) Usar  $v_x = dx/dt$  y  $v_y = dy/dt$ . Usar  $\Delta x = x_f - x_i$  y  $\Delta y = y_f - y_i$ .  
El vector posición de una partícula en el plano (x,y) está dada por:

$$\mathbf{r}(t) = [(0.5 \text{ m/s}^3)t^3 - (5 \text{ m/s})t]\mathbf{i} + [(10 \text{ m}) - (1 \text{ m/s}^2)t^2]\mathbf{j}$$

- a) Obtener la expresión de **v(t)**. b) Calcular las magnitudes y las direcciones con  $+x$ , de los vectores posición y velocidad en  $t = 2 \text{ s}$ . c) Calcular el vector desplazamiento  $\Delta \mathbf{r}$  entre los tiempos  $t = 2 \text{ s}$  y  $t = 4 \text{ s}$ . Calcular su magnitud y dar su dirección. d) Calcular el vector velocidad media  $\mathbf{v}_{\text{media}}$  entre los tiempos  $t = 2 \text{ s}$  y  $t = 4 \text{ s}$ . Compararla con la velocidad instantánea en  $t = 2 \text{ s}$  y  $t = 4 \text{ s}$ .

3.2) Usar  $x = x_0 + \int v_x(t) dt$  e  $y = y_0 + \int v_y(t) dt$ .

La velocidad de una partícula que se desplaza en el plano (x,y) está dada por:

$$\mathbf{v}(t) = [(6 \text{ m/s}^2)t - (4 \text{ m/s}^3)t^2]\mathbf{i} + [(8 \text{ m/s})]\mathbf{j}$$

En  $t = 0 \text{ s}$   $x_0 = 0.5 \text{ m}$  e  $y_0 = 1.5 \text{ m}$ . a) Calcular el vector posición cuando  $t = 3 \text{ s}$ . b) Calcular las direcciones (ángulo con  $+x$ ) de los vectores **r** y **v** cuando  $t = 3 \text{ s}$ . c) Calcular la velocidad media entre  $t = 0 \text{ s}$  y  $t = 3 \text{ s}$ .

3.3) Usar  $\mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j}$ ,  $v_x = dx/dt$  y  $v_y = dy/dt$ .

Las componentes del vector posición de un ave que vuela en el plano (x,y) están dadas por:

$$\begin{aligned} x(t) &= (2.4 \text{ m/s})t \\ y(t) &= 3 \text{ m} - (1.4 \text{ m/s}^2)t^2 \end{aligned}$$

- a) Escribir el vector posición en función del tiempo **r(t)**. b) Calcular la velocidad media entre  $t = 0 \text{ s}$  y  $t = 2 \text{ s}$ . c) Obtenga la magnitud y dirección de los vectores posición y velocidad del ave en  $t = 2 \text{ s}$ . c) Dibuje cualitativamente los vectores posición, velocidad media (entre  $t = 0 \text{ s}$  y  $t = 2 \text{ s}$ ) y velocidad en  $t = 2 \text{ s}$ .

- Vector aceleración.

3.4) Usar definición de aceleración media  $\mathbf{a}_{\text{media}} = \Delta \mathbf{v} / \Delta t$ .

Un objeto que se mueve en el plano tiene en  $t_1 = 10 \text{ s}$ , componentes de velocidad  $v_{1x} = 2.6 \text{ m/s}$  y  $v_{1y} = -1.8 \text{ m/s}$ . En el intervalo de  $t_1 = 10 \text{ s}$  a  $t_2 = 20 \text{ s}$ , su aceleración media tiene magnitud de  $0.45 \text{ m/s}^2$  y dirección de  $31^\circ$  sobre el eje  $+x$ . Calcular en  $t_2$  las componentes  $v_{2x}$  y  $v_{2y}$  de la velocidad, su magnitud y su dirección con el eje  $+x$ .

3.5) Usar  $v_x(t) = v_{0x} + \int a_x(t)dt$  y  $v_y(t) = v_{0y} + \int a_y(t)dt$ . Usar  $x(t) = x_0 + \int v_x(t)dt$  e  $y(t) = y_0 + \int v_y(t)dt$ .

Una partícula parte del origen  $(0,0)$  en  $t = 0$  s con una velocidad inicial  $\mathbf{v}_0 = (3.6 \text{ m/s})\mathbf{i}$ . En su recorrido, experimenta una aceleración constante  $\mathbf{a} = (-1.2 \text{ m/s}^2)\mathbf{i} + (-1.4 \text{ m/s}^2)\mathbf{j}$ . a) Calcular en qué tiempo alcanza la partícula su coordenada  $x$  máxima. b) Calcular la velocidad de la partícula en ese instante. c) Calcular la posición que ocupa la partícula en ese instante. d) Calcular la aceleración media entre el tiempo  $t = 0$  s y ese instante.

3.6) Usar definición  $\mathbf{a}_{media} = \Delta\mathbf{v}/\Delta t$  y usar  $a_x = dv_x/dt$  y  $a_y = dv_y/dt$ .

Un diseñador de juegos de computadora, crea una animación en la que un punto en la pantalla se mueve con una velocidad instantánea dada por  $\mathbf{v}(t) = [(1.5 \text{ cm/s}^2)t^2]\mathbf{i} + [(2.5 \text{ cm/s}^2)t]\mathbf{j}$ . a) Calcular la magnitud de la aceleración media del punto entre los tiempos  $t = 0$  s y  $t = 2$  s. Dar su dirección en la pantalla. b) Calcular la magnitud y dar dirección de la aceleración instantánea en  $t = 0$  s y  $t = 2$  s. c) Si las dimensiones de la pantalla son  $x_{max} = 34 \text{ cm}$  e  $y_{max} = 19 \text{ cm}$ , ¿cuánto tiempo se observará el punto en pantalla si parte del origen  $(0,0)$ ?

- Movimiento de proyectiles.

3.7) Usar  $y = y_0 + v_{0y}t - gt^2/2$  y  $x = x_0 + v_{0x}t$ .

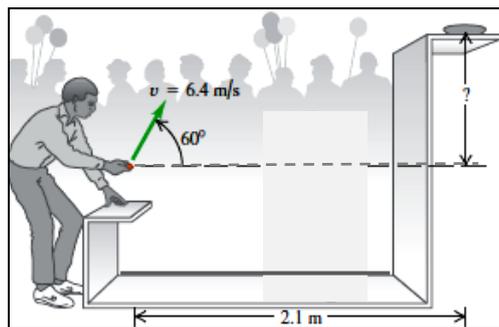
Durante un partido de tenis, un jugador realiza un saque. La pelota sale en forma horizontal (paralela al piso) desde una altura de  $2.37 \text{ m}$  de la superficie de la cancha y a una velocidad de  $23.6 \text{ m/s}$ . La red se encuentra a  $12 \text{ m}$  de distancia y tiene  $0.9 \text{ m}$  de altura. a) Calcular a qué distancia pasa la pelota por encima de la red. b) Calcular a qué distancia horizontal toca la pelota en el suelo. c) Calcular con qué valor de velocidad toca la pelota en el suelo. d) Si el jugador saca igual que antes pero con un ángulo de  $-5^\circ$  (por debajo de la horizontal), ¿pasa o no la red?

3.8) Usar  $y = y_0 + v_{0y}t - gt^2/2$  y  $x = x_0 + v_{0x}t$ .

Se arroja una piedra desde un acantilado con una velocidad inicial de  $|\mathbf{v}_0| = 15 \text{ m/s}$ . El vector  $\mathbf{v}_0$  forma un ángulo  $\theta = -20^\circ$  (por debajo de la horizontal). La piedra choca contra el suelo a una distancia horizontal de  $60 \text{ m}$  medidos desde el pie del acantilado. a) Calcular el tiempo que la piedra estuvo en el aire. b) Calcular la altura desde la que se arrojó la piedra. c) Calcular cuántas veces más rápida iba la piedra cuando choca el suelo respecto de su velocidad inicial  $|\mathbf{v}_0|$ . d) Si la piedra se arroja del mismo acantilado y con igual velocidad inicial  $|\mathbf{v}_0|$  pero con ángulo  $\theta = +48.473^\circ$  (por encima de la horizontal), calcular cuánto tarda en caer al suelo y que distancia horizontal recorrió. Compare los resultados con los obtenidos en la primera parte del problema.

3.9) Usar  $y = y_0 + v_{0y}t - gt^2/2$ ,  $v_{fy} = v_{0y} + gt$  y  $x = x_0 + v_{0x}t$ .

En un juego, se lanza una moneda a un platito que está sobre una repisa más arriba del nivel en que la moneda sale de la mano y a una distancia de  $2.1 \text{ m}$  de ese punto. Se sabe que si se lanza la moneda con una velocidad de módulo  $6.4 \text{ m/s}$  y un ángulo de  $+60^\circ$  sobre la horizontal, la moneda cae dentro del platito. a) Calcular cuánto tiempo está la moneda en el aire. b) Calcular a qué altura sobre el nivel de lanzamiento, está la repisa. c) Calcular la componente vertical del vector velocidad justo antes de tocar el plato. d) Calcular la máxima altura sobre el nivel de lanzamiento que alcanzó la moneda.



- Movimiento en círculo.

3.10) Calcular  $v_{tangencial}$  y luego  $a_{radial} = v_{tang}^2/R$ .

El rotor de un helicóptero, tiene cuatro aspas de  $3.4 \text{ m}$  de longitud cada una medidas desde el eje del motor. El rotor gira en un túnel de viento a  $550 \text{ rpm}$  (revoluciones/minuto). a) Calcular la velocidad lineal que tiene la punta del aspa en  $\text{m/s}$ . b) Calcular la aceleración radial (centrípeta) que tiene la punta del aspa. Compararla con la aceleración de la gravedad  $g$ .

3.11) Calcular  $a_{radial} = v^2/R$ . Calcular  $|\mathbf{a}| = (a_{radial}^2 + a_{tangencial}^2)^{1/2}$ .

Una rueda de un parque de diversiones, tiene un radio de  $14 \text{ m}$  y está girando en sentido antihorario. En un instante dado, un pasajero sentado en el borde de la rueda, tiene una velocidad tangencial de  $3 \text{ m/s}$  pero su módulo está aumentando con una aceleración tangencial de  $0.5 \text{ m/s}^2$ . a) Calcular el módulo y dar la dirección de la aceleración

total del pasajero respecto de la aceleración radial. b) Hacer un diagrama que muestre en forma cualitativa los vectores  $\mathbf{v}_{tangencial}$ ,  $\mathbf{a}_{tangencial}$ ,  $\mathbf{a}_{radial}$  y  $\mathbf{a}_{resultante}$ .

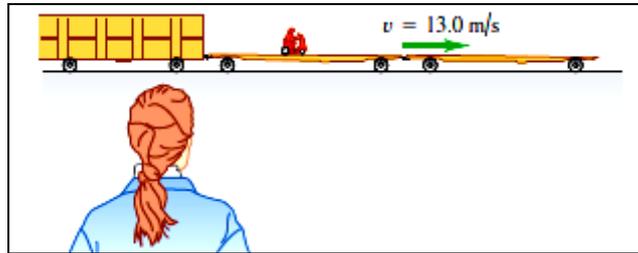
3.12) Usar  $a_{radial} = v^2/R$  y  $v(m/min) = N(rpm)[2\pi R]$

Un centrifugador en el laboratorio, gira y efectúa  $N$  rpm (rev/min) de manera que produce una aceleración  $a_{radial} = 5g$  ( $g$  = magnitud de la aceleración de la gravedad) en el extremo externo del brazo de giro. a) Calcular la aceleración radial en un punto a la mitad del brazo en unidades de  $g$ . b) La aceleración de la gravedad en el planeta Mercurio es  $g_{Mercurio} = 0.378g_{Tierra}$ . Calcular a cuántas rpm (comparada con  $N$ ) debe girar la misma centrifugadora para que su extremo externo esté sometido a una aceleración radial de  $5g_{Mercurio}$ .

- Movimiento relativo.

3.13) Usar  $\mathbf{v}_{obs}(moto) = \mathbf{v}_{obs}(tren) + \mathbf{v}_{tren}(moto)$ .

Un vagón abierto de ferrocarril, viaja a la derecha con rapidez de  $13$  m/s relativa a un observador que está parado en tierra. Alguien se mueve en motoneta sobre el vagón abierto. ¿Qué velocidad (magnitud y sentido) tiene la motoneta relativa al vagón abierto, si su velocidad relativa al observador es: a)  $18$  m/s a la derecha? b)  $3$  m/s a la izquierda? c) ¿Cero?



3.14) Usar  $\mathbf{v}_{tierra}(lancha) = \mathbf{v}_{tierra}(río) + \mathbf{v}_{agua}(lancha)$ .

Un río, fluye hacia el Sur con velocidad relativa a la Tierra de  $2$  m/s. Un hombre cruza el río en una lancha con velocidad relativa al río de  $4.2$  m/s de Este a Oeste. El río tiene  $800$  m de ancho. a) Calcular la velocidad de la lancha relativa a la Tierra. b) Calcular el tiempo que tarda en cruzar el río. c) Calcular a qué distancia en la dirección sur sobre la costa opuesta llegará respecto de su punto de partida.

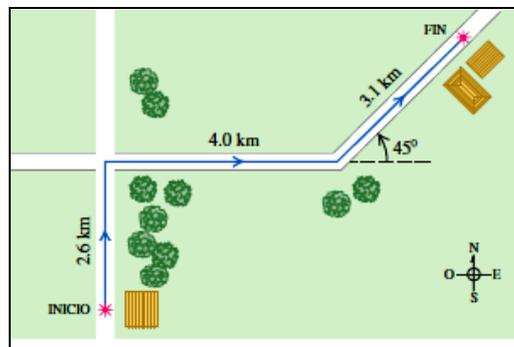
3.15) Usar  $\mathbf{v}_{tierra}(lancha) = \mathbf{v}_{tierra}(río) + \mathbf{v}_{agua}(lancha)$ .

Considere la misma situación e iguales datos del problema 3.14). a) ¿Qué dirección debería tomar la lancha del ejercicio anterior para llegar a un punto en la orilla opuesta directamente al Este de su punto de partida? b) ¿Qué velocidad tendría la lancha respecto de la Tierra? c) ¿Cuánto tardaría en cruzar el río?

- Tarea Práctica Individual de Repaso.

3.1\*) Usar suma de vectores.

Una persona conduce su camión por la ruta mostrada en la figura. a) Use el método de las componentes de vectores para determinar la magnitud y dirección de su desplazamiento resultante. Compare con la distancia recorrida. b) Si el camión se trasladó siempre a  $60$  km/h, calcular la velocidad media.



3.2\*) Usar  $v_x = v_{0x} + \int a_x(t)dt$  y  $v_y = v_{0y} + \int a_y(t)dt$ . Usar  $\Delta x = \int v_x(t)dt$ .

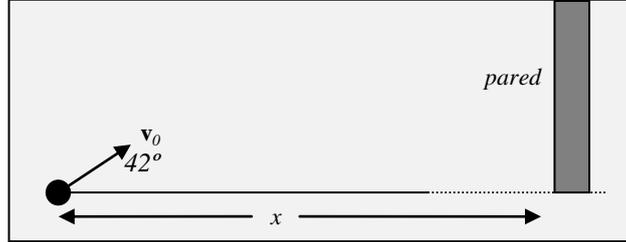
Un viento moderado, acelera una piedra pequeña sobre un plano  $(x, y)$  horizontal con una aceleración:

$$\mathbf{a}(t) = (5 \text{ m/s}^2)\mathbf{i} + [(1.4 \text{ m/s}^3)t]\mathbf{j}$$

Al tiempo  $t = 0$  s la velocidad de la piedra es  $\mathbf{v}_0 = (4 \text{ m/s})\mathbf{i}$ . a) Obtener una expresión para  $\mathbf{v}(t)$  y  $\Delta x$ . b) Calcular la magnitud y dirección de su velocidad cuando  $\Delta x = 12 \text{ m}$ .

3.3\*) Usar  $y = y_0 + v_{0y}t - gt^2/2$  y  $x = v_{0x}t$ .

Se arroja desde el suelo una pelota con una velocidad inicial de  $25.3 \text{ m/s}$  y dirigida a  $42^\circ$  sobre la horizontal, hacia una pared de un alto edificio ubicada a una distancia  $x = 21.8 \text{ m}$  del punto de partida. a) Calcular el tiempo que tarda en chocar contra la pared. b) Calcular a qué altura pega contra la pared. c) Calcular las componentes de la velocidad  $\mathbf{v}$  cuando impacta. d) Determinar si ya pasó o no su altura máxima cuando pegó contra la pared.



3.4\*) Calcular  $v_{\text{tangencial}}$  y luego  $a_{\text{radial}} = v^2/r$ .

Para una sesión de entrenamiento de un astronauta de  $1.8 \text{ m}$  de altura, el mismo es fijado sobre un brazo de  $4.42 \text{ m}$  que gira en un plano horizontal sobre un extremo. Su cabeza alcanza justo el otro extremo y los pies están dirigidos hacia el centro. La máxima aceleración radial que puede soportar el astronauta es de  $12.5 |g|$ . a) Calcular con qué velocidad debe girar la cabeza de la persona para experimentar esa aceleración máxima. b) Calcular la diferencia entre las aceleraciones de su cabeza y sus pies. c) Calcular cuántas *rpm* gira el brazo para producir la máxima aceleración radial.

3.5\*) Usar  $\Delta t = \text{distancia} / v$ . Para el bote calcular:  $\mathbf{v}_{\text{tierra}}(\text{bote}) = \mathbf{v}_{\text{tierra}}(\text{agua}) + \mathbf{v}_{\text{agua}}(\text{bote})$ .

Dos muelles A y B, están situados en la orilla de un río. El muelle B está a  $1500 \text{ m}$  de A río abajo. Dos amigos van desde A hasta B y luego regresan al muelle A. Uno camina por tierra a una velocidad de módulo constante de  $4 \text{ km/h}$ . El otro rema con una velocidad relativa al agua de módulo  $4 \text{ km/h}$ . El agua del río se mueve a velocidad de  $2.8 \text{ km/h}$  con sentido de A hacia B. Calcular cuánto tarda cada persona en hacer el viaje completo.

