FISICA I

Licenciatura y Profesorado en Química y Licenciatura en Biotecnología

TEMA 1: Vectores. Operaciones vectoriales. Producto punto (escalar) y producto cruz (vectorial).

Los ejercicios marcados al final de la guía con (*) los resuelven como tarea práctica individual de repaso. Las preguntas teóricas se plantean como materia de estudio.

- *Teoría.*

i) ¿Pueden combinarse dos vectores de distinta magnitud para producir un vector resultante igual a cero? ¿Y si se combinan tres vectores? Dé ejemplos.
ii) ¿Puede ser la suma de magnitudes de dos vectores igual a la magnitud de la suma de dos vectores?
iii) ¿Puede ser la magnitud de la diferencia de dos vectores mayor que la magnitud de uno de ellos? ¿Puede ser la magnitud de la diferencia de dos vectores mayor que su suma? Dé ejemplos.
iv) ¿Puede ser que la magnitud de un vector sea igual a cero y sus componentes ser distintas de cero? ¿Puede ser que la magnitud de un vector sea menor que la magnitud de cualquiera de sus componentes?
v) ¿Qué resultado se obtiene del producto escalar **A . A**?¿Qué resultado se obtiene del producto vectorial **A × A**?

- *Vectores en dos dimensiones. Componentes, módulo y dirección. Suma de vectores.*

1.1) *Caso 1: dado el módulo y el ángulo, calcular componentes* $a_x = |\mathbf{a}|\cos\theta$ y $a_y = |\mathbf{a}|\,sen\,\theta$.
Se da la magnitud de un vector ubicado en el plano (x,y) y el ángulo θ que forma con $+x$. Se pide calcular las componentes x e y de cada vector. a) El vector **a** tiene magnitud de *9.3* y ángulo de *60º*. b) El vector **b** tiene magnitud *22* y ángulo de *135º*. c) El vector **c** tiene magnitud *6.35* y ángulo de *307º*.
1.2) *Caso 2: dadas las componentes, calcular el ángulo usando* $tg\,\theta = a_y/a_x$ *y el módulo* $|\mathbf{a}| = (a_x^2+a_y^2)^{1/2}$.
Considere que θ sea el ángulo que forma el vector **a** con el eje $+x$ medido en sentido antihorario. Obtener el ángulo θ y calcular su magnitud para los vectores con las siguientes componentes: a) $a_x = 2$ y $a_y = -1$. b) $a_x = 2$ y $a_y = 1$. c) $a_x = -2$ y $a_y = 1$. d) $a_x = -2$ y $a_y = -1$.
1.3) *Operaciones con componentes: calcular componentes* a_x *y* b_x, a_y *y* b_y *y usar* $c_x = a_x \pm b_x$, $c_y = a_y \pm b_y$.
El vector **a** tiene magnitud de *2.8* y está a *60º* sobre el eje $+x$. El vector **b** tiene magnitud de *8.4* y está a *60º* por debajo del eje $+x$. Calcular magnitud y dirección (ángulo con eje $+x$) de: a) **c** = **a** + **b** y b) **d** = **a** – **b**.

- *Vectores unitarios* **i**, **j**. *Operaciones con vectores.*

1.4) *Calcular componentes x e y de cada vector y usar* $\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j}$. *Los vectores tienen unidades en metro (m).*
Escriba cada uno de los vectores **A**, **B**, **C** y **D** de la Figura 1 en términos de los vectores unitarios **i** y **j**.

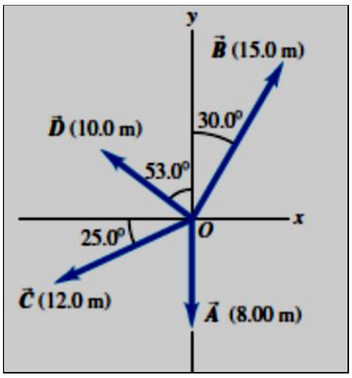
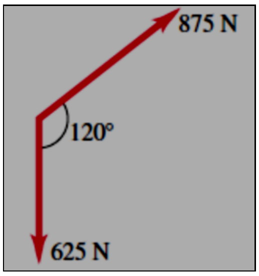


Figura 1

1.5) *Usar notación* $\mathbf{a} = a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j}$ *y sumar y restar componentes. Para dirección usar* $tg\,\theta = c_y/c_x$.
El vector **a** tiene componentes $a_x = 1.3$ y $a_y = 2.25$ y el vector **b** tiene componentes $b_x = -4.1$ y $b_y = 3.75$. a) Escribir los vectores **a** y **b** en términos de los vectores unitarios **i** y **j**. b) Escribir el vector suma **c** = **a** + **b**. c) Calcular la magnitud y dirección (ángulo con $+x$) de **c**. d) Escribir el vector diferencia **d** = **a** – **b**. e) Calcular la magnitud y dirección (ángulo con $+x$) de **d**. f) Escribir usando vectores unitarios, el vector $\mathbf{f} = 3\mathbf{a} - 4\mathbf{b}$.

1.6) *Observar que la componente respectiva es el número que multiplica al vector unitario*.
En cada caso, identifique las componentes x, y y z de los siguiente vectores: a) **a** = 5**i** – 6**j**. b) **a** = -15**i** + 22**j**. c) **a** = -11**j** + 9**i**. d) **a** = 5**b** con **b** = 4**i** – 6**j**. e) **c** = ($-3/4$)**d** con **d** = 3**i** - 4**j** +5**k**. f) Con los vectores definidos en d) y e) escribir el vector **g**= **a** + **c**.
1.7) *Plantear una ecuación vectorial tal que* **x** *anule la suma de los dos vectores.*
Use componentes de vectores para determiner la magnitud y la dirección del vector **x** necesario para neutralizar la acción conjunta de los dos vectores que se observan en la figura.

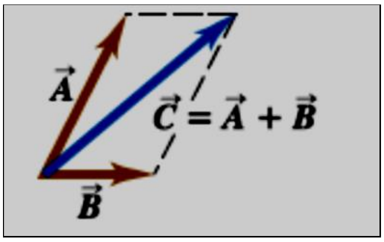


- <u>*Producto punto (escalar) de vectores.*</u>

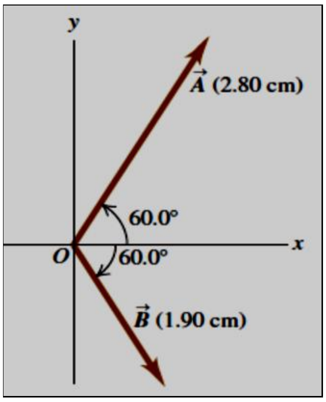
1.8) *Usar la siguiente definición:* **A . B** =| **A** || **B** |*cos α. Los vectores tienen unidades en metro (m).*
Para los vectores mostrados en la Figura 1, calcular los productos escalares siguientes: a) **A . B**, b) **B . C**, c) **A . C**.
1.9) *Usar la siguiente definición:* **A . B** = $A_xB_x + A_yB_y$.
Calcular el producto escalar entre estos pares de vectores: a) **a**= 2**i** +6**j** y **b**= 2**i** +3**j**. b) **a**= -4**i** +2**j** y **b**= 7**i** -14**j**. c) **a**= -3**i** + 4**j** +5**k** y **b**= 10**i** + 6**j**+ 2**k**.
1.10) *Usar cos α =* (**A . B)** */(|* **A** || **B** |) *y* (**A . B**) = $A_xB_x + A_yB_y$.
Dados los siguientes pares de vectores: i) **A** = 2**i** + 6**j** y **B** = 2**i** - 3**j**, ii) **A** = 3**i** + 5**j** y **B** = 10**i** + 6**j** y iii) **A** = - 4**i** + 2**j** y **B** = 7**i** - 14**j**, calcular: a) Los módulos de los vectores **A** y **B**; b) los productos escalares (punto) **A . B** y c) el menor ángulo β entre ellos.
1.11) *Aplicar propiedad distributiva al producto punto.*
Dos vectores **A** y **B**, se dibujan desde un punto común (cola con cola). El vector suma es **C = A + B**. a) Calcule **C . C =** (**A + B**) **.** (**A + B**). b) Usando a) demuestre que si $C^2 = A^2 + B^2$ entonces el ángulo entre **A** y **B** es *90º*. c) Si $C^2 < A^2 + B^2$, entonces el ángulo entre **A** y **B** es mayor que *90º*. d) Si $C^2 > A^2 + B^2$, entonces el ángulo entre **A** y **B** es mayor que *90º*.

- <u>*Producto cruz (vectorial) de vectores.*</u>

1.12) *Usar la siguiente definición:* | **A** × **D** |= | **A** || **D** |*sen α. Usar regla de la mano derecha*.
Para los vectores **A** y **D** de la Figura 1: a) Calcular la magnitud, dirección y sentido del producto vectorial **A** × **D**. b) Calcular la magnitud, dirección y sentido del producto vectorial **B** × **C**.
1.13) *Resolver usando producto vectorial de vectores unitarios:* **i** × **j** = **k**,**j** × **k** = **i** *y* **k** × **i** = **j**.
Obtener la expresión del producto vectorial **a** × **b** en vectores unitarios **i**, **j** y **k** de los vectores **a** y **b** dados en1.9).
11.14) *Usar definición del área y comparar con* | **A**× **B** |.
La figura, muestra un paralelogramo basado en los dos vectores **A** y **B**. Demuestre que la magnitud del producto cruz entre los vectores, es igual al área del paralelogramo (área = base × altura).



1.15) *Usar* | **A** × **B** |= | **A** || **B** |*sen α y usar producto vectorial de vectores unitarios.*
Dados los siguientes vectores de la figura calcular a) la magnitud y dirección del producto vectorial **A** × **B** usando | **A**× **B** |= | **A** || **B** |*sen α*; b) calcular las componentes de los vectores y calcular **A** × **B** usando definición para cada componente; c) desde el cálculo realizado en b) calcular | **A**× **B** | y el ángulo entre los vectores. Comparar con el de la figura y d) ¿qué respuestas cambiarían si evaluara **B** × **A**?



- *Tarea Práctica Individual de Repaso.*

1.1*) *Suma y resta de vectores por componentes. Cálculo de magnitud. Cálculo de dirección usando tg θ.*
Para los vectores de la Figura 1, use el método de las componentes para calcular la magnitud y dirección respecto de +*x* de los vectores **V** definidos por: a) **V** = **B** + **C**. b) **V** = **B** – **C**. c) **V** = **A** + **D**. d) **V** = **A – D**.
1.2*) *Usar suma y múltiplo de vectores. Para módulo* | **c** | = $(c_x^2+c_y^2)^{1/2}$. *Para dirección tg* $\theta = c_y/c_x$.
Dados los vectores **a** = *4***i**+ *3***j** y **b**= *5***i-** *2***j**, obtener **c =** *2*(**a** – **b**). Calcular su magnitud y dirección (ángulo con + *x*).
1.3*) *Usar* **a . b** = $a_xb_x + a_yb_y$. *Usar cos α* = (**a . b**) /(| **a** || **b** |).
Dados los vectores **a** = *4***i+** *3***j** y **b** = *5***i** - *2***j** calcular **a . b** y el ángulo entre **a** y **b**. b) Escribir una expresión para **c** = **a** –**b** y **d** = -*2*(**a** + **b**). Calcular **d . c** y el ángulo entre **c** y **d**.
1.4*) *Usar* | **B** × **C** |= | **B** || **C** |*sen α. Para dirección y sentido usar regla de la mano derecha*.
Para los vectores **B** y **C** de la Figura 1: a) Calcular la magnitud, dirección y sentido del producto vectorial $\mathbf{V}_1$ = **B** × **C**. b) Calcular la magnitud, dirección y sentido del producto vectorial $\mathbf{V}_2$ = **C** × **B**. ¿Qué conclusión obtiene de **B** × **C** y **C** × **B**?
1.5*) *Resolver usando producto vectorial de vectores unitarios. Usar sen α* = |(**a** × **b**)| /(| **a** || **b** |).
Obtener el producto vectorial **c** = **a** × **b** donde **a** = *4***i** – *3***j** + *2***k** y **b** = -*2***i** + *1***j** + *4***k**. Calcular los ángulos posibles entre **a** y **b**.