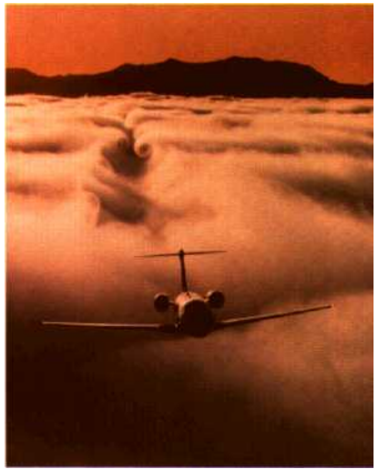
PARTE 2.   FLUIDOS

PARTE 2. FLUIDOS

Los fluidos están caracterizados por su capacidad de fluir y por su adaptación a la forma del recipiente que los contiene. De este modo los gases y los líquidos pueden considerarse como fluidos. El estudio aquí propuesto esta especialmente dirigido a los líquidos, si bien algunos resultados son igualmente aplicables a los gases.

La diferencia esencial entre un fluido y un sólido es que los primeros no soportan fuerzas tangenciales

Existen innumerables ejemplos acerca de la importancia que los fluidos juegan en la naturaleza en general y en los seres vivos en en particular, resultando por lo tanto importantísimos en nuestro estudio dedicado a la **Física de los Sistemas Biológicos.**



<u>Bolilla 6:</u> Mecanica de Fluidos

En esta bolilla, aplicaremos las **Leyes de la Mecánica a los fluidos**. Dadas sus características, conceptos como **masa** o **fuerza** no resultan apropiados para su descripción.

Resulta necesario introducir los conceptos de densidad y presión, variables más idóneas para el estudio a realizar. Avanzaremos en el estudio de fluidos ideales en reposo y, posteriormente, en movimiento.

6.1 Densidad y Presión

Densidad. La densidad de un fluido es su masa por unidad de volumen:

$$\rho = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}} = \frac{m}{V}$$

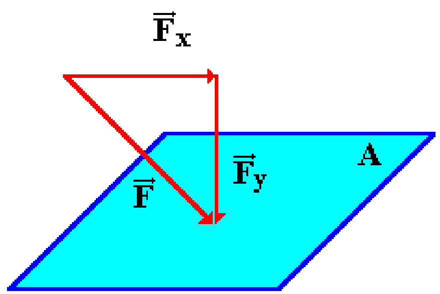
$$[\rho] = \frac{kg}{m^3} \ (SI); \qquad \frac{gr}{cm^3} (CGS)$$

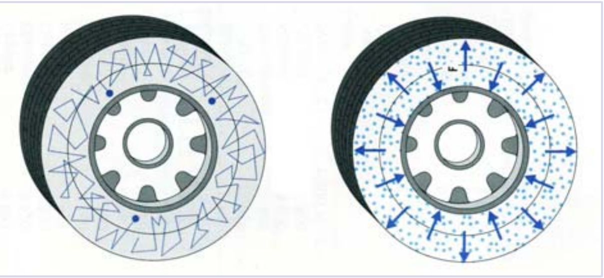
Densidad Relativa: es el cociente entre la densidad de una sustancia y la del agua a 4ºC.

$$\rho_{agua} = 1000 \frac{kg}{m^3} = 1 \frac{gr}{cm^3}$$

Presión: es la fuerza por unidad de área que se ejerce perpendicularmente a una superficie.

$$p = \frac{\text{modulo de las fuerzas normales}}{\text{area de la superficie}}; \quad p = \frac{F_N}{A}$$





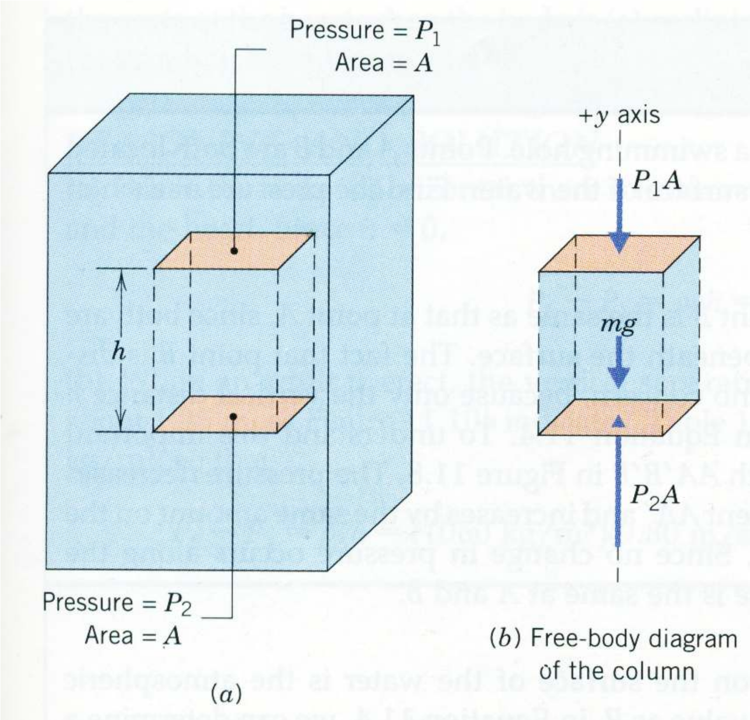
$$p = \frac{F_y}{A}$$

$$\text{Unidades} \Rightarrow [p] = \frac{Nt}{m^2} = Pa(Pascal)$$

$$1Atm = 1.013x10^5 Pa = 760mmHg$$

6.2 Presión de Fluidos en reposo

Un fluido en reposo ejerce fuerzas perpendiculares a una superficie. Esta propiedad tiene su origen en la falta de rigidez del fluido.



Puesto que el fluído está en reposo la fuerza neta sobre un elemento de fluído debe ser cero.

$$\sum F_y = p_2 A - p_1 A - mg = 0$$

$$p_2 A = p_1 A + mg$$

Teniendo en cuenta que: $m = \rho V = \rho A h$

Entonces:

$$p_2 = p_1 + \rho g h$$

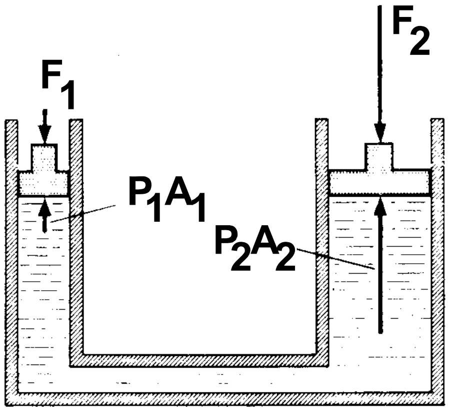
A este resultado se lo conoce como **Teorema Fundamental de la Hidrostática**

Consecuencias:

1. La presión de un fluido es la misma para todos los puntos a igual profundidad
2. **Principio de Pascal**: la presión aplicada a un fluido en un punto, se transmite a todos los puntos del fluido con igual intensidad

Principio de Pascal: Aplicaciones

Prensa Hidráulica

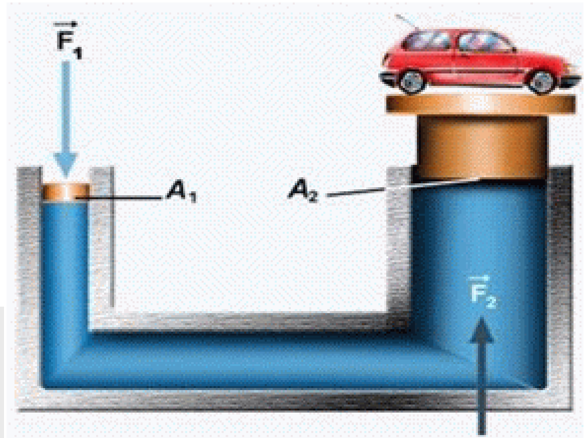


$\mathbf{p_1 = p_2}$

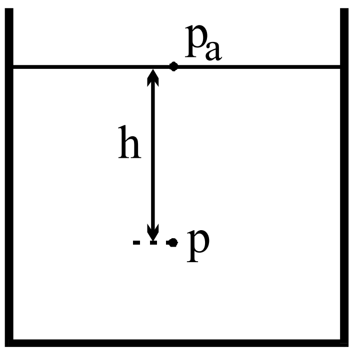
Eligiendo $\mathbf{A_2 >> A_1}$

Entonces $\mathbf{F_2 >> F_1}$

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \rightarrow \boxed{F_2 = \frac{A_2}{A_1} F_1}$$



3. **Presión en el interior de un recipiente 'abierto' en su parte superior**

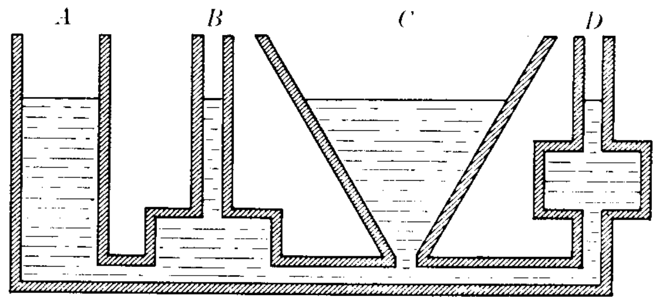


Pa es la presión atmosférica

$$p = p_a + \rho g h$$

Todos los puntos a igual profundidad tienen la misma presión

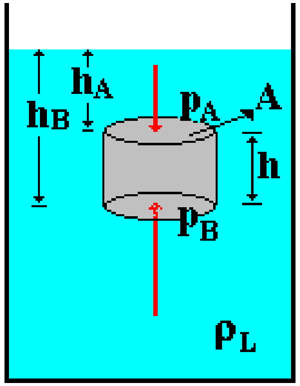
Paradoja hidrostática

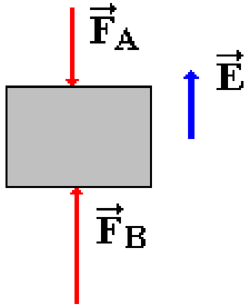


6.3 Principio de Arquímedes

Cualquier fluido aplica una fuerza de empuje a un objeto que está parcialmente o completamente inmerso en él.

Arquímedes
(287aC 222aC)





$$F_A = p_A\,A;\; F_B = p_B\,A$$

$$E = F_B - F_A = (p_0 + \rho_L g h_B)A - (p_0 + \rho_L g h_A)A$$

$$E = \rho_L\, g\,(h_B - h_A)A = \rho_L\, g\, h\, A = \rho_L\, g\, V_c$$

Pero ρ_L **Vc** es la masa de un **volumen de líquido** igual al volumen del sólido

E = Peso del liquido desalojado

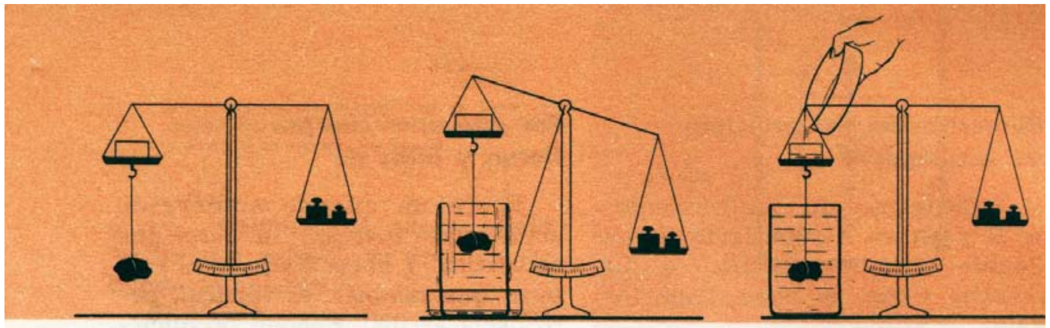
La magnitud de la fuerza de empuje que ejerce un fluido es igual al peso del fluido que el objeto desaloja

Si **P** es el peso del cuerpo, entonces si:

P >E el cuerpo se hunde

P = E el cuerpo está en equilibrio

P < E el cuerpo flota

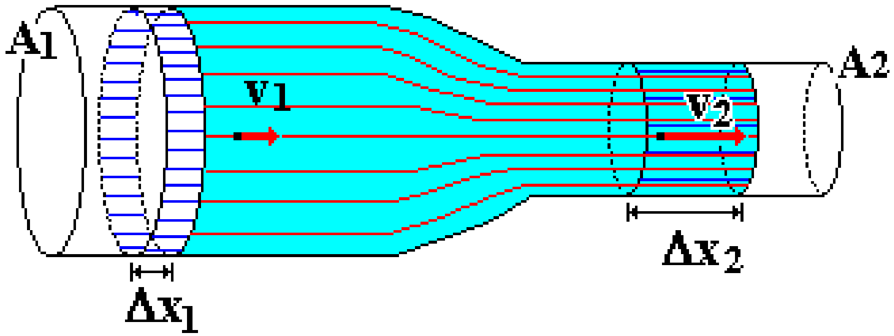


Cuando se sumerge un cuerpo en un líquido, el empuje que recibe es igual al peso del líquido desalojado.

6.4 La Ecuación de Continuidad. Líneas de Corriente

Consideramos el desplazamiento de un fluido incompresible (**ρ=constante**) por una tubería en un intervalo de tiempo **Δt**. Definimos caudal **Q** al volumen de fluido por unidad de tiempo que atraviesa una sección de la tubería.

$$\mathbf{Q = V/t} \qquad [Q] = m^3/s$$

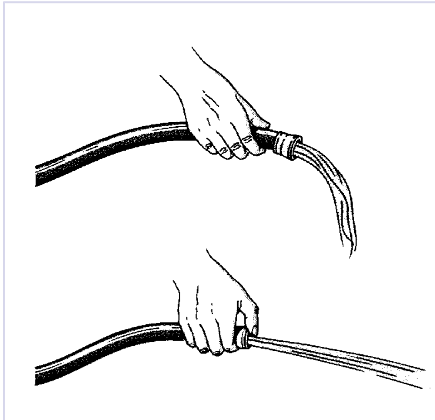


El caudal $\mathbf{Q_1}$ a la entrada de la tubería debe ser el mismo que el caudal $\mathbf{Q_2}$ a la salida de la tubería.

$$V_1 = A_1\,\Delta x_1 = A_1 v_1 t \rightarrow \frac{V_1}{t} = A_1\,v_1$$

$$V_2 = A_2\,\Delta x_2 = A_2 v_2 t \rightarrow \frac{V_2}{t} = A_2\,v_2$$

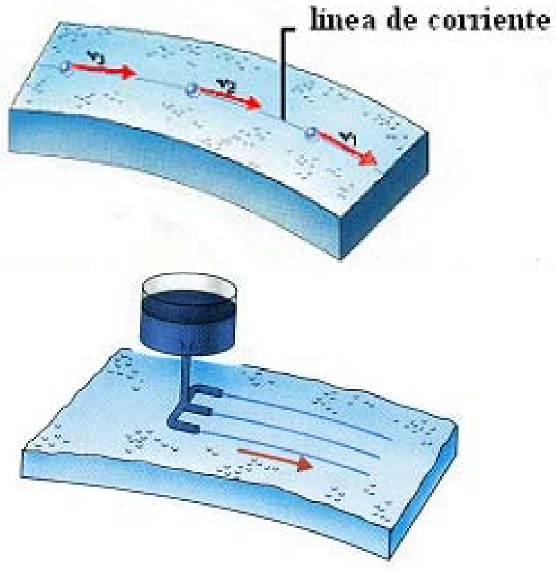
$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

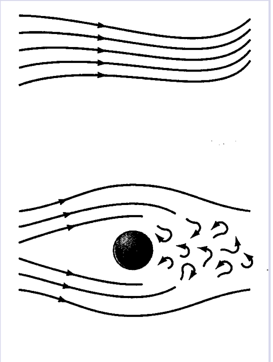


El producto del área transversal por la velocidad del fluido es constante

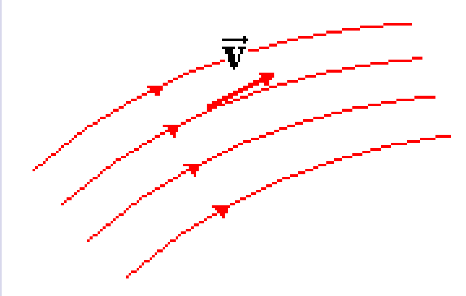
Línea de Corriente

Línea de corriente: es una línea imaginaria en el interior de un fluido en movimiento. La tangente a una línea de corriente en un punto da la dirección y sentido de la velocidad del fluido en dicho punto.

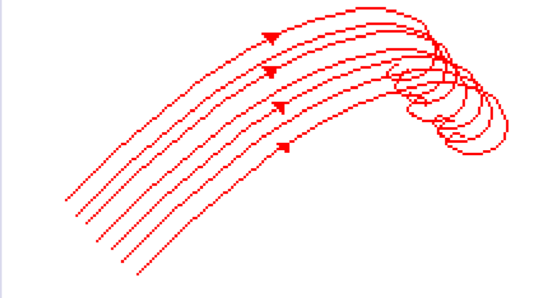




Líneas de corriente



Flujo currentilíneo (Laminar)

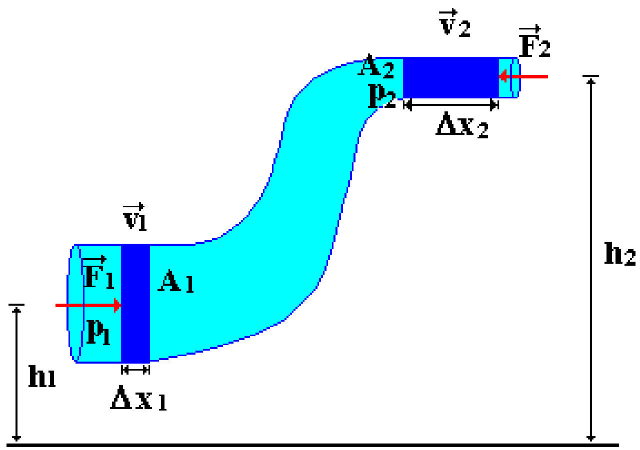


Flujo turbulento

6.5 Ecuacion de Bernoulli

Fluidos ideales son aquellos que verifican las siguientes condiciones:

- ✓ **Incompresible** (densidad constante).
- ✓ **No Viscoso** (sin rozamiento).
- ✓ **Flujo Laminar** (no turbulento).
- ✓ **Flujo Estacionario** (en cualquier punto del interior del fluido la velocidad permanece constante).



$$W = \Delta Ec + \Delta U$$

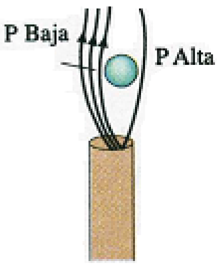
$$F_1\,\Delta x_1 - F_2\,\Delta x_2 = \tfrac{1}{2}\, m(v_2^2 - v_1^2) + mg(h_2 - h_1)$$

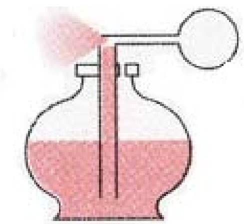
$$p_1 A_1\,\Delta x_1 - p_2 A_2\,\Delta x_2 = \tfrac{1}{2}\,\rho V\,(v_2^2 - v_1^2) + \rho V g\,(h_2 - h_1)$$

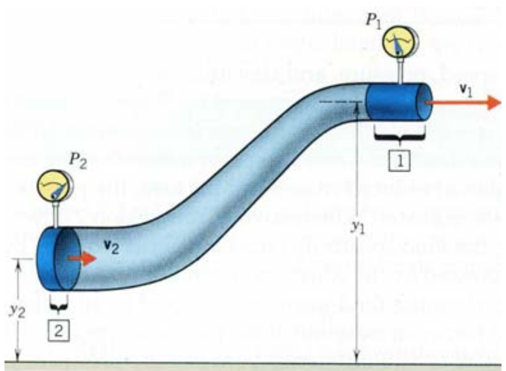
$$p_1 + \frac{1}{2}\rho\, v_1^2 + \rho g\, h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho\, v_2^2 + \rho g\, h_2$$

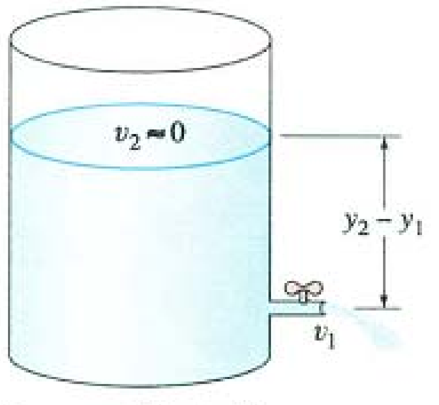
$$\boxed{p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h = \text{constante}} \qquad \text{(Ec. de Bernoulli)}$$

Aplicaciones de Bernoulli



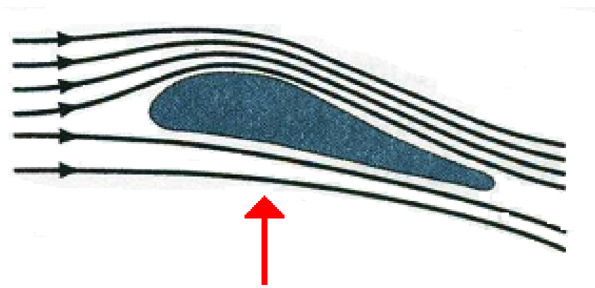






Teorema de Torricelli:

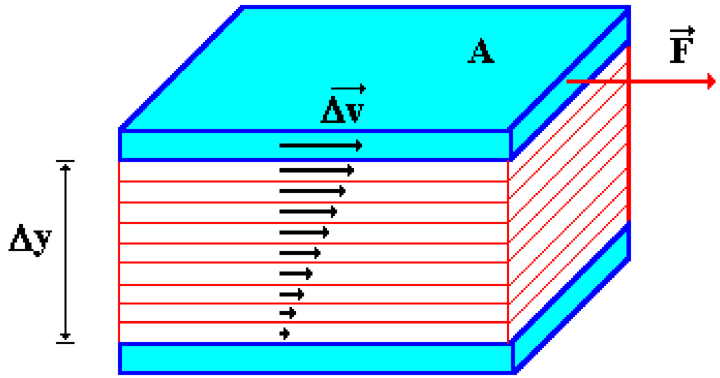
$v_1 = \sqrt{2g(y_2 - y_1)}$.



6.6 Viscosidad

Sea un fluido contenido entre dos placas de área **A**, separadas una distancia **Δy**. Sea **Δv** el módulo de la velocidad relativa de la placa superior respecto de la inferior.

F es el módulo de la fuerza necesaria para mover la placa superior, a velocidad constante, debido a las fuerzas de arrastre (fuerzas viscosas) que sobre la cara inferior de esta placa ejerce el fluido.



Fluido	Temperatura °C	Viscosidad Poiseuilles (N · s/m², o Pl)
Líquidos		
Acetona	25	$3{,}16 \times 10^{-4}$
Plasma sanguíneo	37	$1{,}5 \times 10^{-3}$
Sangre	37	4×10^{-3}
Etanol	20	$1{,}20 \times 10^{-3}$
Éter	20	$2{,}33 \times 10^{-4}$
Glicerina	20	1,49
Mercurio	20	$1{,}55 \times 10^{-3}$
Aceite ligero de máquina	16	0,113
	38	$3{,}4 \times 10^{-2}$
Agua	0	$1{,}79 \times 10^{-3}$
	20	$1{,}00 \times 10^{-3}$
	37	$6{,}91 \times 10^{-4}$
	100	$2{,}82 \times 10^{-4}$
Gases		
Aire	0	$1{,}71 \times 10^{-5}$
	18	$1{,}83 \times 10^{-5}$
	40	$1{,}90 \times 10^{-5}$
Helio	20	$1{,}94 \times 10^{-5}$
Vapor de agua	100	$1{,}25 \times 10^{-5}$

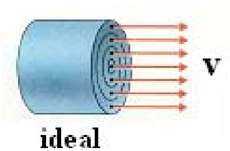
La condición de equilibrio se encuentra a partir de la relación:

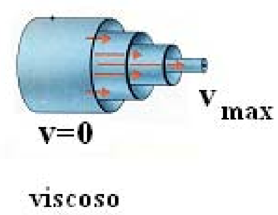
$$F = \eta \frac{A\,\Delta v}{\Delta y}$$

$[\eta] = \mathrm{Pa}\ \mathbf{s}$

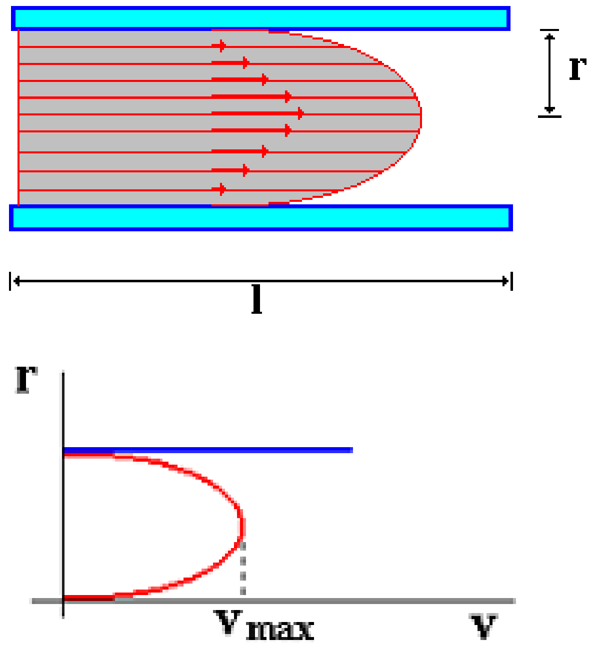
La constante de proporcionalidad η se denomina viscosidad.

6.7 Flujo Laminar y Flujo Turbulento





Si un fluido circula por una tubería de radio r y longitud **l**, la velocidad de la capa de fluido adyacente a la pared de la tubería es cero, a lo largo del eje central de la tubería la velocidad del fluido es máxima, v_{max}. El perfil de velocidades de las distintas capas en el interior de la tubería se representa en la figura



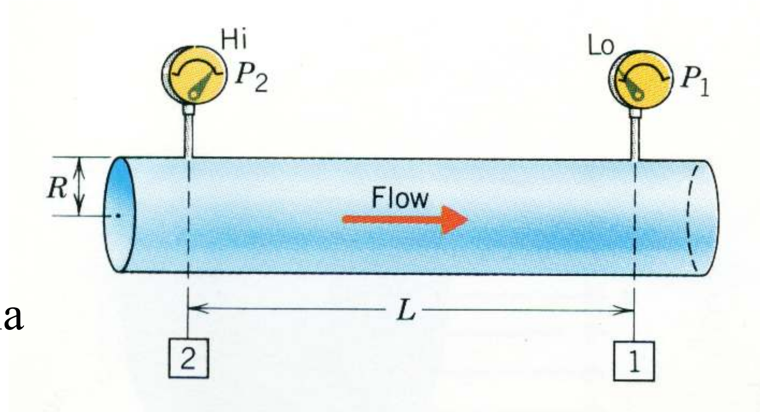
La velocidad media con la cual se desplaza el fluido en la tubería es:

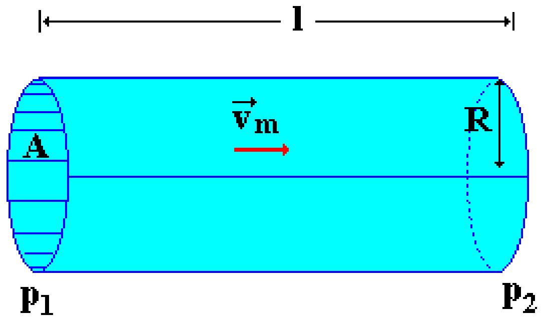
$$v_m = \frac{v_{max}}{2}$$

El caudal es:

$$Q = A\,v_m = A\frac{v_{max}}{2}$$

Debido a la viscosidad, en una tubería horizontal la presión disminuye a medida que el fluido avanza.





Se verifica que:

$$\Delta p = (p_2 - p_1) \propto v_m\, l \qquad \text{ó} \qquad v_m \propto \frac{\Delta p}{l}$$

Otras variables que influyen sobre la velocidad media son el **radio** y la **viscosidad**. El modo de dependencia es deducido utilizando **análisis dimensional**

Partimos de la suposición:

$$v_m \propto \frac{\Delta p}{l} R^a \eta^b \quad \text{ó, equivalentemente} \quad v_m = \beta \frac{\Delta p}{l} R^a \eta^b$$

Con β constante, **a** y **b** exponentes desconocidos. Analizando las unidades, se obtiene que:

$$\frac{m}{s} = \frac{Nt}{m^2} \frac{1}{m} m^a \left[\frac{Nt\, s}{m^2} \right]^b$$

$$\frac{m}{s} = \frac{kg\, m}{s^2\, m^3} m^a \frac{kg^b\, m^b\, s^b}{s^{2b}\, m^{2b}} = \frac{kg^{b+1}\, m^{a-2-b}}{s^{2+b}}$$

Se debe necesariamente cumplir que:

b+ 1 = 0
a – 2 - b = 1
2 + b = 1

Éstas igualdades se satisfacen cuando: **b = -1** y **a = 2**

Reemplazando los valores de **a** y **b** y, teniendo en cuenta que experimentalmente se encuentra que β=1/8, se obtiene:

$$v_m = \frac{\Delta p R^2}{8\eta l}$$

El caudal en la tubería es:

$$Q = \pi R^2 v_m$$

$$Q = \frac{\Delta p \pi R^4}{8\eta l}$$

→ **Ley de Poiseuille**

Definiendo Resistencia Hidrodinámica a:

$$R_H = \frac{8\eta l}{\pi R^4}$$

Entonces la **Ecuación de Poiseuille** puede escribirse del siguiente modo:

$$\Delta p = R_H Q$$

Estructura detallada del lecho vascular mesentérico (intestinal) de un perro pequeño. Éste es uno de los muchos lechos vasculares del cuerpo

Estructura	Número, N	Radio interior, R R (m)	Área de la sección transversal interna total, $N\pi R^2$) (m^2)	Longitud, l (m)	Resistencia al flujo equivalente $R_{f,l}/N$ (Pa s m^{-3})
Arteria mesentérica	1	$1,5 \times 10^{-3}$	$7,0 \times 10^{-6}$	$6,0 \times 10^{-2}$	$6,67 \times 10^{3}$
Ramas principales	15	$5,0 \times 10^{-4}$	$1,2 \times 10^{-5}$	$4,5 \times 10^{-2}$	$2,55 \times 10^{5}$
Ramas secundarias	45	$3,0 \times 10^{-4}$	$1,3 \times 10^{-5}$	$3,91 \times 10^{-2}$	$5,69 \times 10^{5}$
Ramas terciarias	1 900	$7,0 \times 10^{-5}$	$2,9 \times 10^{-5}$	$1,42 \times 10^{-2}$	$1,65 \times 10^{6}$
Arterias terminales	26 600	$2,5 \times 10^{-5}$	$5,2 \times 10^{-5}$	$1,1 \times 10^{-3}$	$5,61 \times 10^{5}$
Ramas terminales	328 500	$1,5 \times 10^{-5}$	$2,32 \times 10^{-4}$	$1,5 \times 10^{-3}$	$4,79 \times 10^{5}$
Arteriolas	1 050 000	$1,0 \times 10^{-5}$	$3,3 \times 10^{-4}$	$2,0 \times 10^{-3}$	$1,01 \times 10^{6}$
Capilares	47 300 000	$4,0 \times 10^{-6}$	$2,378 \times 10^{-3}$	$1,0 \times 10^{-3}$	$4,38 \times 10^{5}$
Vénulas	2 100 000	$1,5 \times 10^{-5}$	$1,484 \times 10^{-3}$	$1,0 \times 10^{-3}$	$4,93 \times 10^{4}$
Ramas terminales	160 000	$3,7 \times 10^{-5}$	$6,73 \times 10^{-4}$	$2,4 \times 10^{-3}$	$4,27 \times 10^{4}$
Venas terminales	18 000	$6,5 \times 10^{-5}$	$2,39 \times 10^{-4}$	$1,5 \times 10^{-3}$	$2,53 \times 10^{4}$
Venas terciarias	1 900	$1,4 \times 10^{-4}$	$1,17 \times 10^{-4}$	$1,42 \times 10^{-2}$	$1,03 \times 10^{5}$
Venas secundarias	60	$8,0 \times 10^{-4}$	$1,47 \times 10^{-4}$	$4,19 \times 10^{-2}$	$9,33 \times 10^{2}$
Venas mesentéricas	1	$3,0 \times 10^{-3}$	$2,8 \times 10^{-5}$	$6,0 \times 10^{-2}$	$4,0 \times 10^{2}$

Número de Reynolds

El **Número de Reynolds**, utilizado para conocer las caracterísiticas del flujo en una tubería, se define como:

$$N_R = \frac{2 \rho v_m R}{\eta}$$

Empíricamente se verifica que si:

$\mathbf{N_R} < 2000$	flujo es laminar
$\mathbf{N_R} > 3000$	flujo es turbulento
$2000< \mathbf{N_R}\ \ 3000$	flujo es inestable